MARTIN-LUTHER-UNIVERSITÄT
HALLE-WITTENBERG

INSTITUT FÜR PHYSIK
GRUNDPRAKTIKUM



Grundpraktikum Physik
III und IV

FÜR DIE STUDIENGÄNGE
PHYSIK, MEDIZINISCHE PHYSIK
UND PHYSIK LEHRAMT

13. AUFLAGE (2014)

Vorwort

Das Physikalische Grundpraktikum für Physik- und Medizinphysik-Bachelor erstreckt sich über das 1. bis 4. Fachsemester des Regelstudiums. Grundpraktikum III und IV sind Bestandteil des Moduls Experimentelle Physik B (3. und 4. Fachsemester).

Der regelmäßige und erfolgreiche Besuch des Praktikums ist entsprechend der Studienordnungen Bedingung für den erfolgreichen Abschluss des Moduls.

Nachdem im Grundpraktikum II 10 Versuche zur Mechanik und Wärmelehre durchgeführt wurden, sind in den beiden folgenden Semestern (Grundpraktikum III und IV) jeweils 10 Versuche durchzuführen aus den Gebieten Elektrik, Optik, Atom- und Kernphysik sowie einige komplexere Versuche aus der Thermodynamik und Akustik.

Studierende der Physik-Lehramt besuchen eine eigene Praktikumsveranstaltung, die sich über das 3. und 4. Fachsemester des Regelstudiums erstreckt und zum Modul Experimentalphysik LA-B gehört. Sie führen im 4. Semester 10 ausgewählte Versuche aus dem gesamten vorliegenden Heft durch.

In den Grenzen der organisatorischen Möglichkeiten können gute Student(inn)en die vorhandenen Versuche abwandeln und ergänzen. Vereinzelt finden sich dazu Vorschläge in den Versuchsanleitungen. Es ist auch möglich, nach Absprache mit dem Betreuer bzw. mit dem Praktikumsleiter eigene Experimente zu konzipieren und durchzuführen oder Versuche zu tauschen. Eine Übersicht zu allen vorhandenen Versuchen befindet sich auf der Praktikumshomepage.

Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Institut für Physik
Physikalisches Grundpraktikum





http://www.physik.uni-halle.de/praktika/gp

Herausgeber:
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Institut für Physik, Grundpraktikum
Tel.: 0345 55-25551, -25550
Fax.: 0345 55-27300
Mail: praktikum@physik.uni-halle.de

Autoren:
A. Christ, K.-H. Felgner, H. Grätz, K.-V. Jenderka, A. Klemenz, J. Leschhorn, P. Reinshaus, M. Stölzer

Praktikumsleiter: Dr. Mathias Stölzer

13. Auflage

Halle, September 2014

Inhaltsverzeichnis

ALLGEMEINE EINFÜHRUNG

VERSUCHE IM GRUNDPRAKTIKUM III

VERSUCHE IM GRUNDPRAKTIKUM IV

ANHANG

Laborordnung für das Praktikum

Allgemeines Verhalten

1 Die Praktikanten haben sich in den Praktikumsräumen so zu verhalten, dass Personen nicht gefährdet sowie Einrichtungen, Geräte und Versuchsaufbauten nicht beschädigt werden.

2 Die von den betreuenden Assistenten, vom Praktikumspersonal sowie die in den Versuchsanleitungen gegebenen Hinweise zur Handhabung der Geräte und Versuchsanordnungen sind unbedingt zu beachten.

3 Auftretende Störungen und Unregelmäßigkeiten bei der Durchführung der Versuche, Beschädigungen und Funktionsstörungen an Geräten und Einrichtungen sowie Unfälle sind sofort zu melden. Es ist nicht zulässig, Geräte selbst zu reparieren!

4 Für grob fahrlässig verursachte Schäden an Geräten und Arbeitsmaterialien können die Praktikanten zur Verantwortung gezogen werden.

5 Den Praktikanten steht jeweils nur die am Arbeitsplatz befindliche Ausrüstung zur Verfügung. Es ist nicht gestattet, Geräte von fremden Arbeitsplätzen zu benutzen.

6 Zur Auswertung von Messergebnissen kann jeder freie Computer genutzt werden. Dazu haben sich die Praktikanten mit der Versuchsbezeichnung anzumelden und bei Beendigung der Arbeit wieder abzumelden.

7 Nach Beendigung des Versuches ist der Arbeitsplatz aufgeräumt und sauber zu verlassen.

8 Essen und Trinken ist in den Praktikumsräumen nicht erlaubt. Rauchen ist im gesamten Gebäude untersagt.

9 Die Benutzung von Handys ist in den Praktikumsräumen untersagt!

10 Das Praktikum beginnt pünktlich zu der im Stundenplan angegebenen Zeit. Mehr als 15 Minuten nach Praktikumsbeginn können keine Versuche mehr begonnen werden.

11 Für einen erfolgreichen Abschluss müssen Sie alle Praktikumstermine wahrnehmen. In sehr dringenden Fällen sowie bei Krankheit können mit dem Praktikumspersonal Ersatztermine vereinbart werden.

Arbeiten mit elektrischen Schaltungen

12 Der Auf- und Abbau elektrischer Schaltungen hat stets im spannungslosen Zustand zu erfolgen (Stromversorgungsgeräte aus, Batterien und Steckernetzteile nicht angeschlossen). Die Schaltungen sollen übersichtlich aufgebaut werden.

13 Bei elektrischen Messgeräten ist auf die richtige Polung, auf die Einstellung des richtigen Messbereiches und die Verwendung der richtigen Messeingänge zu achten. (Überlastungsgefahr!)

14 Elektrische Schaltungen müssen vor der Inbetriebnahme vom zuständigen Betreuer überprüft werden!

15 Unter Spannung stehende Anlagen müssen ständig überwacht werden.

16 Spannungsführende Teile dürfen nicht berührt werden. Gefährliche Spannungen (> 42 V) sind in der Regel durch Schutzvorrichtungen vor Berührung gesichert. Es ist untersagt, solche Schutzvorrichtungen außer Betrieb zu setzen!

17 Bei Unfällen ist die Spannung sofort abzuschalten (Notausschalter: gelb-rote Tastschalter in jedem Raum). Der Unfall muss unverzüglich gemeldet werden.

Arbeiten mit Chemikalien

18 Bei der Arbeit mit Chemikalien ist auf Sauberkeit zu achten. Verwenden Sie Trichter zum Umfüllen und Fließpapierunterlagen beim Abwiegen von Chemikalien!

19 Mit dem Versuchszubehör ausgegebene Arbeitsschutzmittel (z. B. Schutzbrille) müssen getragen werden!

20 Bei Unfällen oder bei Verschütten gefährlicher Substanzen (z. B. Quecksilber) muss sofort ein Betreuer verständigt werden! Es sind keine eigenständigen Beseitigungsversuche zu unternehmen!

21 Alle Chemikalien befinden sich in Gefäßen mit eindeutiger Kennzeichnung des Inhaltes. Dies ist besonders zu beachten, wenn Chemikalien nach der Verwendung in die Aufbewahrungsgefäße zurückgegossen werden müssen.

22 Nach Beendigung des Versuches sind alle verwendeten Gefäße (außer Vorratsgefäßen) sorgfältig auszuspülen.

Arbeiten mit radioaktiven Präparaten

23 Im Praktikum wird ausschließlich mit umschlossenen Präparaten unterhalb der Freigrenze laut Strahlenschutzverordnung gearbeitet. Die Strahlenbelastung während eines Versuches ist 100...1000 mal geringer als bei einer Röntgenaufnahme.

24 Vermeiden Sie trotzdem jede unnötige Bestrahlung. Abstand ist der beste Strahlenschutz! Halten Sie radioaktive Präparate nicht unnötig in der Hand. Halten Sie während der Messung einen Abstand von 0,5 m zum Präparat ein.

Brandschutz

25 Bunsenbrenner und elektrische Heizgeräte sind so aufzustellen, dass sich keine benachbarten Gegenstände entzünden können. Offene Flammen und eingeschaltete Heizgeräte müssen ständig beaufsichtigt werden!

26 Vorsicht beim Umgang mit brennbaren Flüssigkeiten (z. B. Ethanol)! Sie sind von offenen Flammen fernzuhalten.

27 Wird ein Brand bemerkt, so ist dies sofort zu melden und es sind nach Möglichkeit Löschmaßnahmen einzuleiten.

28 Jeder Praktikant hat sich über die Lage und Funktionsweise der Handfeuerlöscher sowie über die vorhandenen Fluchtwege zu informieren.

Hinweise zum Ablauf des Praktikums

1 Vorbereitung

Das Versuchsthema ist der Praktikums-Homepage im Internet oder dem Aushang im Praktikum (nur am vorherigen Praktikumstag) zu entnehmen.

Zu Hause werden die physikalischen Grundlagen zum Versuch studiert (Literaturangaben am Ende jeder Versuchsanleitung) und das Protokoll vorbereitet (siehe auch „Richtlinien für die Protokollführung“).

2 Versuchsausgabe

Das benötigte Zubehör wird an der Ausgabe gegen Hinterlegung eines Studentenausweises pro Versuchsgruppe abgeholt.

3 Kontrolle der Versuchsvorbereitung

Vor Versuchsbeginn kontrolliert der zuständige Betreuer die Protokollvorbereitung und führt ein kurzes mündliches Antestat durch. Bei ungenügender Vorbereitung darf

der Versuch nicht durchgeführt werden und muss zu einem späteren Termin innerhalb der Vorlesungszeit des laufenden Semesters nachgeholt werden. Hierzu ist ein Termin zu vereinbaren!

4 Versuchsdurchführung

Die Versuche werden in der Regel in Zweiergruppen durchgeführt, notfalls allein. Jeder Student führt ein eigenes Protokoll. Der Ablauf gliedert sich wie folgt:

- Selbständiger Aufbau des Versuchs
- **Prüfung elektrischer Schaltungen vor Inbetriebnahme vom Betreuer**
- Durchführung der Messungen und Protokollführung (siehe nächstes Kapitel).
- Kontrolle der Messwerte und Kurzunterschrift des Betreuers.

5 Versuchsauswertung

Die Versuchsauswertung wird, wenn möglich, noch während der Praktikumszeit durchgeführt bzw. begonnen. Sie ist bis zum nächsten Praktikumstermin fertigzustellen.
Hinweise zur Auswertung geben die „Richtlinien zur Protokollführung“.
Es werden Taschenrechner, Lineal, evtl. Kurvenlineal und Millimeterpapier benötigt. Computer können eingesetzt werden und stehen im Praktikum zur Verfügung. Millimeterpapier und zu manchen Versuchen erforderliche Spezialpapiere können im Praktikum erworben werden.

6 Abschluss des Versuchs

Die Bestätigung der erfolgreichen Versuchsdurchführung erfolgt nach Kontrolle der Auswertung durch die Eintragung von Note, Datum und Langunterschrift des zuständigen Betreuers in das Protokoll, in der Regel zum nächsten Praktikumstermin. Der Betreuer kann einmal eine Nachbesserung der Auswertung verlangen.
Ist der Versuch nicht spätestens am übernächsten Praktikumstag abgeschlossen, so verschlechtert sich die Bewertung um eine Note für jede weitere angefangene Woche.

7 Fehlversuche

Zum Nachholen versäumter oder nicht bestandener Versuche werden jedem Studierenden zwei zusätzliche Praktikumstermine garantiert. (ein “Nachhol-Termin” für alle am Semesterende, weitere Termine nach Möglichkeit im laufenden Semester) In jedem Fall müssen Sie den Termin an der Versuchsausgabe vereinbaren, damit sichergestellt ist, dass der Arbeitsplatz frei ist! Zu einem Praktikumstermin kann jeweils nur ein Versuch durchgeführt werden.

8 Leistungskontrollen

Das Bestehen eines kurzen Antestates zu Beginn des Praktikums (siehe oben) ist Voraussetzung für die Zulassung zum Versuch.

Zu jedem Versuch wird während der Praktikumszeit ein benotetes mündliches Testat durchgeführt, ohne Wiederholmöglichkeit.
Für jeden Versuch wird eine Gesamtnote zwischen **1** und **5** gebildet, wobei die Testatnote sowie die Einschätzung der Versuchsdurchführung, der Protokollführung und der Auswertung berücksichtigt werden. Die Note 5 bedeutet “nicht bestanden”.

9 Abschluss des Praktikums

Aus den Gesamtnoten der Versuche wird eine Abschlussnote für das Praktikum gebildet. Das Praktikum gilt als erfolgreich absolviert, wenn die geforderte Anzahl Versuche (im Normalfall 3 im 1.Semester und 10 im 2.-4. Semester) bestanden wurden.

Richtlinien für die Protokollführung

Allgemeines

1 Jeder Student führt während des Versuches und unmittelbar ein Protokoll. Das Protokoll enthält
- die Versuchsvorbereitung,
- das Messprotokoll (alle Messwerte und Beobachtungen in chronologischer Reihenfolge),
- die Auswertung.

2 Das Protokoll wird handschriftlich mit nicht löschbarem Stift geführt. Bleistift ist nur für Diagramme und Skizzen zulässig. Fehlmessungen werden mit Angabe des Grundes durchgestrichen und dürfen nicht unlesbar gemacht werden. Fehler sind Teil der Arbeit, das Ausradieren oder Löschen von Messdaten ist schlechter wissenschaftlicher Stil!

3 Alle Protokolle des Praktikums sind in einem gebundenen Heft der Größe A4 oder in einem Schnellhefter zu führen und zu jeder Veranstaltung mitzubringen.

4 Lose Blätter (auch Computerausdrucke) sind mit Name und Datum zu beschriften und in das Protokoll einzufügen.

Vorbereitung zu Hause

5 Jedes Protokoll muss enthalten:
- Datum,
- Versuchsbezeichnung und Aufgabenstellung (wörtlich),
- kurze Beschreibung des Versuches mit wichtigen Grundlagen, geplanter Durchführung (z. B. Schaltskizze) und vorgesehener Auswertung einschließlich der dafür benötigten Formeln,
- vorbereitete Urlisten (Tabellen) für die Aufnahme der Messdaten und, soweit sinnvoll, der aus diesen zu berechnenden Daten.

Dieser Teil des Protokolls ist Bestandteil der Versuchsvorbereitung und wird vor Versuchsbeginn vom Betreuer kontrolliert.

Protokollführung während des Versuches

6 Es werden alle Versuchsgeräte registriert (Versuchsaufbau).

7 Das Protokoll soll übersichtlich und gut lesbar sein, z.B durch eine klare Gliederung mit Zwischenüberschriften ("Messwerte zu Aufgabe 1" oder ähnlich).

8 Alle physikalischen Größen sind vollständig mit Zahlenwert und Einheit anzugeben. Tabellen müssen eine Überschrift oder Legende besitzen, die Spalten sind mit physikalischer Größe und Einheit zu beschriften.

9 Es werden grundsätzlich alle Messdaten vor jeglicher rechnerischer Aufbereitung protokolliert (Urlisten).

10 Das Messprotokoll ist dann vollständig, wenn nur mit seiner Hilfe auch eine Person, die den Versuch nicht selbst durchgeführt hat, die vollständige Auswertung des Versuches vornehmen kann!

11 Das Messprotokoll muss vom Betreuer mit Datum und Kurzunterschrift abgezeichnet werden.

Zur Auswertung

12 Alle Rechnungen müssen anhand der Formeln und der Messdaten im Protokoll nachvollziehbar sein. Das erreicht man am einfachsten durch übersichtliche Tabellen.

13 Diagramme werden auf Millimeterpapier mit Lineal bzw. Kurvenlineal gezeichnet oder mit dem Computer erstellt. Es sind geeignete übersichtliche Maßstäbe zu wählen und die Achsen sind mit Größe und Einheit zu beschriften. Meist ist eine Legende erforderlich.

14 Zu jedem Versuch gehört eine Fehlerdiskussion, in der Regel mit Fehlerrechnung.

15 Die Versuchsergebnisse werden in einem verbalen Ergebnissatz zusammengefasst, eingeschätzt (z. B. bezüglich ihrer

Messgenauigkeit) und, wenn möglich, mit Literaturwerten verglichen.

16 Das komplette Protokoll wird in der Regel (siehe oben) am nächsten Praktikumstag dem verantwortlichen Betreuer vorgelegt, von diesem durchgesehen und bewertet. Durch die Gesamtnote und die Langunterschrift mit Datum wird der erfolgreiche Versuchsabschluss bescheinigt.

Fehlerrechnung und Statistik

Jede Messung einer physikalischen Größe ist mit mehr oder weniger großen „Messfehlern" behaftet. Misst man eine Größe mehrmals, so weichen die Ergebnisse im Allgemeinen sowohl voneinander als auch vom zu bestimmenden „wahren Wert" ab. Ziel der Auswertung einer Messung ist das Ermitteln des besten Schätzwertes für den wahren Wert (das Messergebnis) und für die Größe der Abweichung vom wahren Wert (die Messunsicherheit). Beide Informationen zusammen bilden das „vollständiges Messergebnis".

1 Begriffsbestimmungen

Messgröße:
Die zu messende physikalische Größe, z. B. Spannung U, Strom I, Masse m

Messwert:
Der gemessene Wert einschließlich Einheit, z. B. $U = 230$ V, $I = 2$ A, $m = 2$ kg

Messergebnis:
Das aus mehreren Messwerten berechnete Ergebnis, z. B.
$P = U \cdot I = 230\ \text{V} \cdot 2\ \text{A} = 460\ \text{W}$

Messabweichung:
Differenz zwischen einem Messwert oder Messergebnis und dem wahren Wert. Man unterscheidet zufällige und systematische Messabweichungen. Die Messabweichung ist im Allgemeinen unbekannt, weil der wahre Wert unbekannt ist.

Zufällige (statistische) Messabweichungen:
Sie treten unregelmäßig auf; sie schwanken in der Größe und im Vorzeichen. Hervorgerufen werden sie z. B. durch nicht beeinflussbare unsystematische Änderungen der Versuchs- und Umgebungsbedingungen sowie durch Unvollkommenheiten beim subjektiven Erfassen von Messwerten. Durch mehrfaches Messen und Bildung des arithmetischem Mittelwertes kann der Einfluss zufälliger Messabweichungen minimiert werden.

Systematische Messabweichungen:
Sie beeinflussen bei gleichen Versuchsbedingungen die Messung in der gleichen Weise. Hervorgerufen werden sie z. B. durch Unvollkommenheiten der Messgeräte, der Maßverkörperungen und der Messverfahren sowie durch systematische Änderungen der Versuchsbedingungen. Sie können sich aus einem bekannten und einem unbekannten Anteil zusammensetzen. Das Messergebnis ist um bekannte systematische Messabweichungen zu korrigieren.

Toleranz
Maximale Messabweichung. Wird meist vom Hersteller eines Messgerätes in der Bedienungsanleitung angegeben. Bezeichnet man die Toleranz eines Messwertes x mit $t(x)$, so liegt der wahre Wert mit Gewissheit im Intervall $x \pm t(x)$.

(Mess)unsicherheit *u*:
Sie kennzeichnet die Streuung der Werte, die der Messgröße vernünftigerweise zugeordnet werden können. Die Unsicherheit $u(x)$ des Messwertes oder Mess-

ergebnisses x kann als Schätzung der Messabweichung angesehen werden. Der wahre Wert liegt mit relativ großer Wahrscheinlichkeit im Intervall $x \pm u(x)$.
Die Messunsicherheit wird entweder m.H. statistischer Methoden aus den Messwerten ermittelt (Methode A) oder, wenn dies nicht möglich ist, auf der Grundlage aller vorliegenden Informationen zu den Messgeräten und Messverfahren geschätzt (Methode B).
Beispiel (für den Messwert $l = 1{,}254$ m):
$u(l) = 0{,}005$ m (**absolute Unsicherheit**),
$u(l)/l = 0{,}4\%$ (**relative Unsicherheit**)

Vollständiges Messergebnis
Messergebnis mit Messunsicherheit. Die Unsicherheit wird mit 1...2 Stellen angegeben. Mögliche Schreibweisen sind:
$l = 1{,}254 \text{ m} \pm 5 \text{ mm}$
$l = (1{,}254 \pm 0{,}005) \text{ m}$
$l = 1{,}254(5) \text{ m}$
$l = 1{,}254 \text{ m}$ und $u(l)/l = 0{,}4\ \%$

2 Ermittlung von Messunsicherheiten

Zur Abschätzung der Genauigkeit von Messungen dienen verschiedene Informationsquellen, z.B. die Messwertstatistik (↗Methode A), Herstellerangaben und Zertifikate zu den verwendeten Messgeräten, oder einfache Schätzung. Damit die auf verschiedenen Wegen ermittelten Unsicherheiten quantitativ vergleichbar sind, sollen sie grundsätzlich immer die Bedeutung einer Standardabweichung haben. Um das zu betonen, nennt man sie auch Standardunsicherheiten.

2.1 Ermittlungsmethode A

Wird eine Messgröße x n mal gemessen, so streuen die einzelnen Messwerte x_i ($i = 1 \ldots n$) aufgrund der zufälligen Messabweichungen um einen Erwartungswert μ. Die Verteilung der Messwerte ist meist näherungsweise eine Normalverteilung (Abb.1). Der beste Schätzwert für μ ist dann der **arithmetische Mittelwert**

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \,. \qquad (1)$$

Ein Maß für die Streuung der Messwerte ist die **Standardabweichung** σ. Der aus den Messwerten berechnete beste Schätzwert für σ ist die experimentelle Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \,. \qquad (2)$$

Bei einer Normalverteilung liegen etwa 68 % der Messwerte im Intervall $\mu \pm \sigma$, d. h. die Wahrscheinlichkeit, einen Messwert in diesem Intervall anzutreffen, beträgt 68 %. Für das Intervall $\mu \pm 2\sigma$ beträgt diese Wahrscheinlichkeit etwa 95 %.

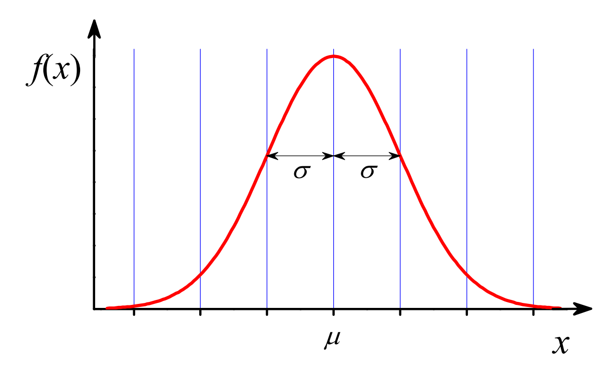


Abb. 1: *Normalverteilung mit dem Mittelwert μ und der Standardabweichung σ*

Wenn zufällige Messunsicherheiten dominieren (d.h. systematische Unsicherheitsanteile vernachlässigt werden können), ist die Unsicherheit eines Einzelmesswertes $u(x) = s$.
Der Mittelwert $\bar{x}$ aus n Einzelmesswerten ist genauer als ein einzelner Messwert. Man kann sich vorstellen, viele Messreihen der Messgröße x vom selben Umfang n aufzunehmen. Die Mittelwerte aller dieser Messreihen werden sich etwas voneinander unterscheiden. Sie sind ebenfalls normalverteilt, das Maß für ihre Streuung ist die **Standardabweichung des Mittelwertes**:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \,. \qquad (3)$$

Ist das Messergebnis ein Mittelwert $\overline{x}$ einer Messreihe mit ausreichend vielen ($n \geq 10$) Messwerten x_i und können dabei die systematischen Unsicherheitsanteile gegenüber den zufälligen vernachlässigt werden, so ist die Messunsicherheit:

$$u\left(\overline{x}\right) = s_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n \cdot (n-1)}}. \tag{4}$$

Weitere Beispiele, wie Messunsicherheiten m.H. statistischer Methoden als Standardabweichungen berechnet werden, finden sich in Abschnitt 3 (Regression).

2.2 Ermittlungsmethode B

Wenn die Berechnung einer Standardabweichung nicht möglich ist (z.B. weil systematische Unsicherheiten immer in gleicher Weise wirken oder weil nur ein Messwert vorhanden ist), wird die Standardunsicherheit auf der Basis aller vorliegenden Informationen geschätzt.

2.2.1 Toleranzangaben zu Messgeräten

In Bedienungsanleitungen von Messgeräten findet man Angaben zu Messtoleranzen oder garantierten Messgenauigkeiten (Beispiele: 1,5 % vom Messbereich; 0,5 % vom Messwert + 3 Digit). Auf manchen Geräten ist die „Genauigkeitsklasse” angegeben. Das ist die maximale Messabweichung in % vom Endwert des Messbereichs bzw. vom Wert der Maßverkörperung.

Bezeichnet man die Toleranz eines Messwertes x mit $t(x)$, so ergibt sich daraus seine Standardunsicherheit entsprechend

$$u(x) = t(x) \big/ \sqrt{3}\,. \tag{5}$$

Erklärung: Einzige Information ist die Garantie, dass die Messabweichung nicht größer ist als $t(x)$. Daher ordnet man der Messgröße x eine Gleichverteilung der Breite $2t$ zu. Deren Standardabweichung ist $t\big/\sqrt{3}$.

2.2.2 Unsicherheit von Zählrohrmessungen

Zählt man zufällige Ereignisse in einem Zeitintervall (z.B. bei Messung mit einem Geigerzähler) und werden N Ereignisse gezählt, so ist die Messunsicherheit (ohne Berücksichtigung systematischer Einflüsse) $u(N) = \sqrt{N}$.

Erklärung: siehe Versuch O16

2.2.3 Schätzung der Messunsicherheit

Bei sehr einfachen Messgeräten liegen oft keine Angaben zur Messgenauigkeit vor. Dann ist die Standardunsicherheit (nicht die maximale Messabweichung!) zu schätzen. Sie setzt sich zusammen aus der Ungenauigkeit des Messgerätes selbst und der Ungenauigkeit beim Ablesen des Wertes.

- Ablesen von Skalen (Lineal, Thermometer,...): $u(x) \approx 0{,}5$ Skalenteile
- Längenmessungen mit einem Messschieber (Noniusablesung): $u(l) = 1$ Skalenteil des Nonius
- Messung eines Zeitintervalls mit einer Handstoppuhr: $u(t) \approx 0{,}1$ s

2.3 Die Unsicherheit von Messergebnissen („Fehlerfortpflanzung”)

Es sei $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ ein Messergebnis, das aus den Messwerten $x_1, x_2, ..., x_n$ mit den Unsicherheiten $u_1, u_2, ..., u_n$ zu berechnen ist. Wie groß ist dann die Unsicherheit $u(y)$ des Messergebnisses?

2.3.1 Maximale Unsicherheit

Eine kleine Änderung Δx_i des Messwertes x_i würde im Messergebnis etwa die Änderung $\Delta y_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}\Delta x_i$ hervorrufen; $\frac{\partial y}{\partial x_i}$ bezeichnet dabei die partielle Ableitung der Funktion $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ nach x_i. Wenn man also voraussetzt, dass die Unsicherheiten der Messwerte im Vergleich zu den Messwerten selbst klein sind, ergibt sich durch Addition der Auswirkungen aller Messunsicherheiten auf das Ergebnis die **Maximale Unsicherheit** des Messergebnisses:

$$u(y) = \left|\frac{\partial y}{\partial x_1}\right| u_1 + \cdots + \left|\frac{\partial y}{\partial x_n}\right| u_n = \sum_{i=1}^{n} \left|\frac{\partial y}{\partial x_i}\right| u_i \quad (6)$$

Gl.(6) kann in einfachen Fällen (wenige Messwerte) zur groben Abschätzung der Unsicherheit des Ergebnisses dienen.

2.3.2 Unsicherheitsfortpflanzungsgesetz

Im Allgemeinen werden sich die einzelnen Unsicherheitskomponenten nicht immer addieren, sie können sie sich auch teilweise gegenseitig kompensieren. Die exakte mathematische Behandlung dieses Problems nach C. F. GAUß ergibt das Unsicherheitsfortpflanzungsgesetz

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 u_i^2}\,. \quad (7)$$

$u_c(y)$ heißt **kombinierte Messunsicherheit**. Gl.(7) setzt voraus, dass die Messgrößen x_i voneinander statistisch unabhängig sind. Das ist im Grundpraktikum in der Regel der Fall. Daher ist die Messunsicherheit des Ergebnisses in den meisten Fällen nach (7), (8) oder (9) zu berechnen.

2.3.3 Besonders einfache Fälle

Oft besitzt die Gleichung $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ eine sehr einfache Struktur. In bestimmten Fällen lässt sich der Rechenaufwand zur Bestimmung von $u_c(y)$ nach (7) deutlich verringern. Im eigenen Interesse sollte jeder davon Gebrauch machen.

Fall 1: $$y = c_1\, x_1 + c_2\, x_2 \quad (8)$$

(c_1, c_2 Konstanten)
Durch Einsetzen in (7) ergibt sich

$$u_c(y) = \sqrt{c_1^2 u_1^2 + c_2^2 u_2^2}\,. \quad (9)$$

Fall 2: $$y = c \cdot x_1^{\,n} \cdot x_2^{\,m} \quad (10)$$

(c reelle und n, m ganzzahlige Konstanten)
Einsetzen von (9) in (7) ergibt eine einfache Gleichung für die relative kombinierte Unsicherheit des Ergebnisses:

$$\frac{u_c(y)}{y} = \sqrt{n^2 \left(\frac{u_1}{x_1}\right)^2 + m^2 \left(\frac{u_2}{x_2}\right)^2} \quad (11)$$

Beispiel: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung $s = a/2 \cdot t^2$; Weg s und Zeit t werden gemessen mit einer relativen Messunsicherheit von jeweils 1 %, die Beschleunigung a ist zu berechnen:

$$a = 2 \cdot \frac{s}{t^2} = 2 \cdot s^1 \cdot t^{-2}$$

$$\frac{u_c(a)}{a} = \sqrt{\left(\frac{u(s)}{s}\right)^2 + 2^2 \left(\frac{u(t)}{t}\right)^2}$$

$$= \sqrt{(1\%)^2 + 2^2 \cdot (1\%)^2} \approx 2{,}3\%$$

3 Anpassung einer Funktion an eine Messreihe (Regression)

3.1 Lineare Regression

Häufig besteht zwischen verschiedenen Messgrößen x und y ein linearer Zusammenhang

$$y = f(x) = a + b \cdot x \quad (12)$$

oder es wird ein solcher vermutet.

Beispiel:
Bei der thermischen Ausdehnung von Metallen gilt für die Länge $l = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$, α ist der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient, l_0 die Länge bei der Temperaturdifferenz ΔT=0 (siehe Versuch W1).

Die eigentliche Messaufgabe besteht in der Bestimmung der (konstanten) Parameter a und b in Gl. (12). Grundsätzlich könnten a und b durch Messung von zwei Wertepaaren (x, y) bestimmt werden. Meist wird jedoch eine ganze Messreihe mit n Wertepaaren (x_i, y_i) (i = 1 ... n) aufgenommen, um zunächst den linearen Zusammenhang nachzuweisen, ehe a und b ermittelt werden.
Werden die Messwerte grafisch dargestellt, so streuen die Messpunkte wegen der unvermeidlichen statistischen Messabweichungen um eine ausgleichende Gerade. Die Aufgabe

besteht nun darin, die Gerade zu finden, die „am besten“ zu den Messpunkten „passt” (siehe Abb.2). Hierfür gibt es ein auf C. F. GAUß zurückgehendes mathematisches Verfahren, welches man als lineare Regression, Ausgleichsrechnung, Geradenanpassung oder auch (englisch) linear curve fit bezeichnet.

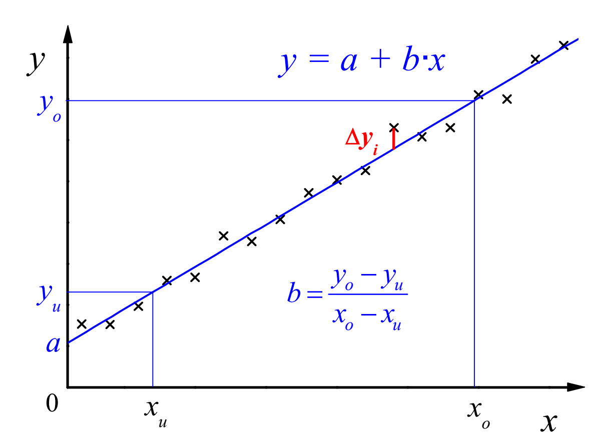


***Abb. 2:** Lineare Regresion*

Der Abstand eines Messpunktes von der Geraden in y-Richtung ist $\Delta y_i = y_i - f(x_i) = y_i - (a+bx_i)$. Nach der GAUßschen Methode der kleinsten Quadrate (bei der vereinfachend angenommen wird, dass nur die y_i fehlerbehaftet sind) ist für die am besten angepasste Gerade die Summe der Abstandsquadrate minimal:

$$F(a,b) = \sum_{i=1}^{n} \Delta y_i^2 = \sum_{i=1}^{n} [y_i - (a + bx_i)]^2 \rightarrow \min. \quad (13)$$

Diese Summe ist eine Funktion der Parameter a und b; zur Lösung des Problems sind also die partiellen Ableitungen $\partial F/\partial a = 0$ und $\partial F/\partial b = 0$ zu setzen. Dies führt zu dem Ergebnis

$$a = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} = \frac{1}{n}\left(\sum y_i - b \sum x_i\right) \quad (14a)$$

$$b = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \quad (14b)$$

wobei alle Summen von $i = 1$ bis n gehen. Die durch (12) und (14) bestimmte Gerade heißt Regressionsgerade oder Ausgleichsgerade.
Als Messunsicherheiten der Parameter a und b werden die entsprechenden Standardabweichungen verwendet (siehe 2.1), sofern die systematischen Messabweichungen gegenüber den zufälligen vernachlässigbar sind: $u(a) = s_a$ und $u(b) = s_b$ mit

$$s_a^2 = \frac{\sum \Delta y_i^2}{n-2} \; \frac{\sum x_i^2}{n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \quad (15a)$$

$$s_b^2 = \frac{\sum \Delta y_i^2}{n-2} \; \frac{n}{n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}. \quad (15b)$$

3.2 Regression mit anderen Funktionen

Grundsätzlich kann die GAUßsche Methode der kleinsten Quadrate (13) nicht nur auf eine lineare Funktion (12), sondern auf beliebige Funktionen mit mehreren Parametern angewendet werden. Im Allgemeinen ist dieses Problem jedoch nicht mehr analytisch lösbar, sondern muss mit Hilfe numerischer Methoden iterativ gelöst werden. Die im Praktikum eingesetzten Computerprogramme Origin und CassyLab bieten diese Möglichkeit. (Stichworte: *non-linear curve fit* bzw. *Freie Anpassung*)
Einige Funktionen können durch Transformation bequem in eine lineare Funktion überführt werden. In solchen Fällen kann die lineare Regression mit der transformierten Funktion durchgeführt werden.

Beispiel (aus Versuch O16):
Beim Durchgang radioaktiver Strahlung durch Materie der Dicke d gilt für die Intensität der Strahlung: $I = I_0 \cdot e^{-\mu d}$. Der „Schwächungskoeffizient” μ soll aus mehreren Messwerten für I und d bestimmt werden.

Logarithmiert man die Gleichung, ergibt sich $\ln I = \ln I_0 - \mu \cdot d$. Setzt man $\ln I = y$ und $d = x$ und vergleicht mit (12), sieht man, dass $a = \ln I_0$ und $b = -\mu$. Der Schwächungskoeffizient μ kann also durch lineare Regression mit den Wertepaaren ($\ln I$, d) bestimmt werden. Alternativ wählt man für die graphische Darstellung $I = f(d)$ Millimeterpapier mit logarithmischer Teilung für I und normaler (linearer) Einteilung für d, dann ergibt sich ebenfalls eine Gerade.

3.3 Praktische Hinweise

Die Formeln (14) und (15) muss man sich nicht einprägen, dafür gibt es Software. Es ist ausreichend, das Regressionsverfahren grundsätzlich und die Bedeutung der Parameter a, b, s_a und s_b zu kennen.
Lineare Regression lässt sich auch mit vielen Taschenrechnern durchführen (lesen Sie in der Bedienungsanleitung nach). Die Standardabweichungen s_a und s_b werden in der Regel nur von Computerprogrammen berechnet.
In Programmen und in der Literatur werden die Begriffe Regression, Ausgleichsrechnung, Anpassung und Fit (englisch) synonym verwendet.

Wenn keine geeigneten Rechenhilfsmittel zur Verfügung stehen, nimmt man die Anpassung grafisch (mit Bleistift auf Millimeterpapier) vor, wie in Abb.2 gezeigt. Dabei wird die Regressionsgerade mit einem durchsichtigen Lineal „nach Augenmaß“ eingezeichnet, a und b werden abgelesen und ihre Unsicherheiten geschätzt.

4 Angabe von Messergebnissen im Praktikum

Es ist immer das vollständige Messergebnis mit absoluter und relativer Unsicherheit (sofern bekannt) anzugeben:

$$y \pm u(y) \quad \text{und} \quad u(y)/y, \qquad (16)$$

wobei die Messunsicherheit nur ein oder zwei zählende (signifikante) Ziffern haben darf. Entsprechend ist die Zahl der Ziffern für das Messergebnis y zu wählen.

Beispiele:

$y = (531 \pm 2)$ mm; $u(y)/y = 0{,}4$ %

$U = (20{,}00 \pm 0{,}15)$ V; $u(U)/U = 0{,}12$ %

$R = 2{,}145$ kΩ $\pm$ $0{,}043$ kΩ; $u(R)/R = 2{,}0$ %

Ultraschall-Abbildungsverfahren M 19

1 Aufgabenstellung

1.1 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit und der Wellenlänge von Longitudinalwellen in Polyethylen (PE), Berechnung des Elastizitätsmoduls von Polyethylen.

1.2 Bestimmung der Dämpfung der Schallwellen in Polyethylen für zwei verschiedene Frequenzen.

1.3 Bestimmung der Anzahl und Lage von Bohrlöchern in einem PE-Körper, Anfertigung einer Lageskizze.

2 Grundlagen

Steht ein mechanischer Schwinger in Kontakt zu einem anderen Medium, so findet durch die Kopplung zu diesem eine Energieübertragung statt, die sich als mechanische bzw. elastische Welle (Schallwelle) ausbreitet. Die in dem Medium entstehenden periodischen Druck- bzw. Dichteänderungen breiten sich mit einer Phasengeschwindigkeit (der Schallgeschwindigkeit) c aus. Die Wellenlänge λ im Medium wird nach

$$\lambda = \frac{c}{f} \tag{1}$$

durch die Frequenz f der Schallquelle und die von Stoffeigenschaften abhängige Ausbreitungsgeschwindigkeit c bestimmt. Die mechanischen Wellen treten in gasförmigen und flüssigen Stoffen infolge fehlender Scherelastizität stets als Longitudinalwellen auf, während in festen Körpern außer Longitudinalwellen auch Transversalwellen sowie Verkopplungen zwischen beiden (z.B. Oberflächenwellen, Rayleighwellen) auftreten können.

In unendlich ausgedehnten, homogenen, isotropen Festkörpern ergibt sich die Schallgeschwindigkeit c_L für Longitudinalwellen aus den mechanischen Eigenschaften des Ausbreitungsmediums nach:

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}\frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \tag{2}$$

(E: Elastizitätsmodul, ν: POISSONscher Querkontraktionskoeffizient; ρ: Massendichte).

Durch inelastische Prozesse wird die Schallwelle im Medium gedämpft (absorbiert). Für die Abhängigkeit der Schwingungsamplitude y von der Ausbreitungsrichtung x gilt das Schwächungsgesetz

$$y = y_0 \cdot \mathrm{e}^{-\mu \cdot x} \; . \tag{3}$$

Dabei ist y_0 die Amplitude bei $x = 0$ und μ der Schwächungskoeffizient (auch Absorptionskoeffizient). Die Dämpfung kann in der medizinischen Ultraschalldiagnostik zur Unterscheidung verschiedener Gewebearten dienen.

In der Akustik werden Frequenzen unterhalb des menschlichen Hörbereichs (ca. 16 Hz - 16 kHz) als Infraschall und oberhalb dieses Bereiches als Ultraschall bezeichnet.
In der Medizin wird die Ultraschallwirkung bei Frequenzen bis ca. 1 MHz therapeutisch (Physiotherapie, Chirurgie) oder technisch-präparativ (z.B. Zahnsteinentfernung, Einbringen von Zahnfüllstoffen, Härtung von Klebstoffen) genutzt. Der für diagnostische Zwecke (Sonographie) nutzbare Frequenzbereich reicht von etwa 1 MHz bis 15 MHz, für spezielle Zwecke wie Ultraschallmikroskopie bis 250 MHz. Den angewendeten Verfahren liegen im allgemeinen das Impuls-Echo-Verfahren oder die Doppler-Frequenzverschiebung durch bewegte Strukturen zugrunde.
Ultraschallwellen werden mit Hilfe des inversen piezoelektrischen Effektes erzeugt. Eine Scheibe aus piezoelektrischer Keramik - der Ultraschallwandler oder Transducer - wird elektrisch zu Schwingungen angeregt.

Sie schwingt mit ihrer Resonanzfrequenz f_r und verursacht so eine sich im umgebenden Medium ausbreitende Schallwelle.
Bei den Impuls-Echo-Verfahren A-Bild, B-Bild und TM (die Bezeichnungen kommen von den engl. Begriffen Amplitude, Brightness und Time Motion) wird der Ultraschallwandler durch einen elektrischen Spannungsimpuls zu einer kurzzeitigen mechanischen Dickenschwingung und zum Aussenden eines Ultraschallimpulses angeregt (reziproker piezoelektrischer Effekt). Aus dem angekoppelten Medium auf denselben Wandler auftreffende Ultraschallwellen bewirken geringe Deformationen des Wandlers, die in dem piezoelektrischen Material in elektrische Spannungen umgewandelt werden (direkter piezoelektrischer Effekt).
Ein und derselbe Wandler kann deshalb sowohl als Sender als auch als Empfänger genutzt werden.

Unter akustischer Impedanz (Schallkennimpedanz, akustischer Widerstand) Z versteht man das Produkt aus den Materialkennzahlen Massendichte ρ und Schallgeschwindigkeit c:

$$Z = \rho \cdot c\,. \tag{4}$$

Änderungen oder Sprünge der akustischen Impedanz (z.B. an Organgrenzflächen bei medizinischen Ultraschalluntersuchungen) längs der Ausbreitungsrichtung führen zu einer teilweisen Reflexion der Schallwelle und damit gleichzeitig zu einer Schwächung in Ausbreitungsrichtung (siehe Abb. 1). Für den senkrechten Einfall einer Schallwelle auf eine Fläche gilt:

$$R = \frac{I_R}{I_0} = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2 \tag{5}$$

(R = Reflexionsgrad; I_0, I_R = einfallende und reflektierte Intensität; Z_1, Z_2 = akustische Impedanzen).
Der durch die Fläche hindurchgehende Anteil I_D berechnet sich nach

$$I_D = I_0 - I_R\,. \tag{6}$$

Beim A-Bild-Verfahren wird die Amplitude der vom Schallwandler gesendeten sowie der empfangenen und verstärkten akustischen Impulse auf dem Monitor in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Die Echos von Strukturgrenzen im Medium, an denen sich die akustische Impedanz ändert, erscheinen im Bild als Zacken (Abb.2). Der zeitliche Abstand zwischen Sendeimpuls und Empfangsecho entspricht der doppelten Laufzeit t des akustischen Impulses zwischen Wandler und reflektierender Struktur. Bei bekannter Schallgeschwindigkeit c kann damit nach

$$c = \frac{2l}{t} \tag{7}$$

die Entfernung l zwischen beiden gemessen werden.

Beim B-Bild- oder Schnittbildverfahren wird die Amplitude des eindimensionalen A-Bild-

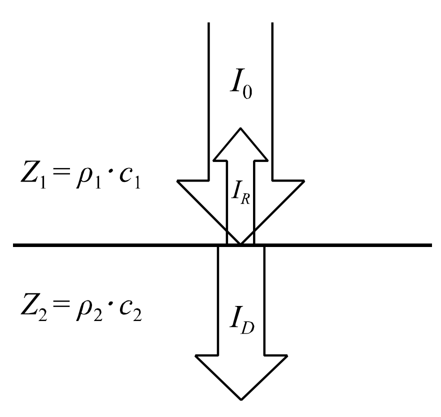


***Abb.1:** Reflexion von Ultraschall an einer Grenzfläche zwischen zwei Stoffen unterschiedlicher Schallimpedanz*

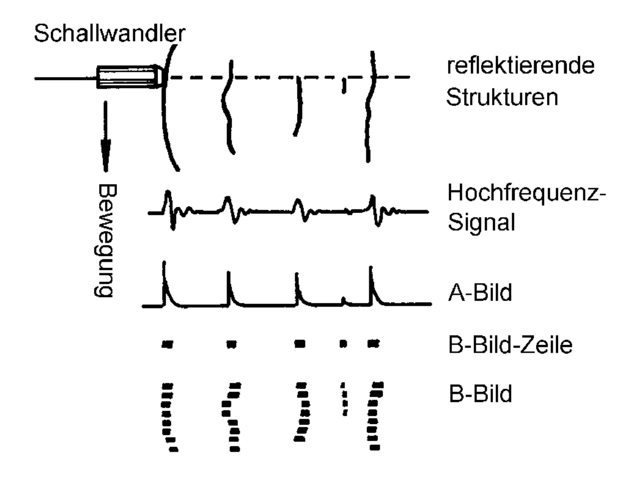


***Abb.2:** Entstehung von A- und B-Bild*

Verfahrens in Grauwerte (Brightness) einer zweidimensionalen Hell-Dunkel-Darstellung umgesetzt. Durch Bewegung des Schallwandlers (siehe Abb.2) erhält man ein Schnittbild. Moderne Schallwandler für B-Bild-Geräte sind sogenannte Multielementwandler. Sie bestehen aus einer Zeile von vielen einzelnen Wandlerelementen. Eine Bewegung des Schallkopfes ist nicht mehr erforderlich, sie wird ersetzt durch die elektronische Ansteuerung der einzelnen Wandlerelemente.

Die Qualität des Ultraschallbildes wird durch das Auflösungsvermögen charakterisiert. Darunter versteht man den Kehrwert des kleinstmöglichen Abstandes zweier reflektierender Strukturen, die bei der Wiedergabe gerade noch als getrennte Punkte dargestellt werden können. Man unterscheidet das axiale (in Ausbreitungsrichtung) und das laterale Auflösungsvermögen (quer zur Ausbreitungsrichtung), siehe Abb.3.
Während das axiale Auflösungsvermögen vor allem durch die Dauer des Schallimpulses bestimmt wird, hängt das laterale Auflösungsvermögen stark von der Schallfeldgeometrie ab. So sind die Querabmessungen des Schallfeldes in einer bestimmten Entfernung vom Wandler minimal (Fokussierung), danach wird der Schallstrahl mit zunehmendem Abstand breiter und die Auflösung schlechter. Die Impulsdauer, der Querschnitt des Schallfeldes und der Abstand des Fokusbereiches vom Wandler werden mit wachsender Frequenz geringer. Daher werden mit höherer Ultraschallfrequenz sowohl die axiale als auch die laterale Auflösung besser. Jedoch wächst mit zunehmender Frequenz auch die

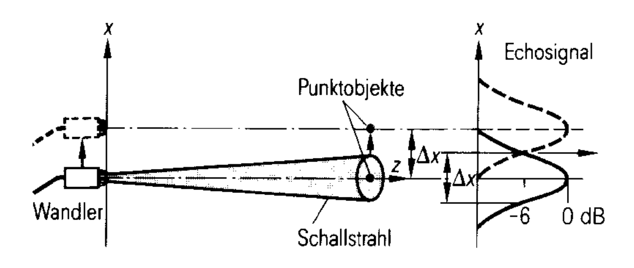


Abb.3: *Zum lateralen Auflösungsvermögen [nach: Krestl, Bildgebende Systeme für die medizinische Diagnostik]*

Dämpfung der Ultraschallwellen, und damit wird der abbildbare Bereich (Eindringtiefe) kleiner.
Die Interpretation eines Ultraschall-B-Bildes wird durch verschiedene Effekte erschwert:
- Schallschatten entstehen hinter stark reflektierenden Strukturen. Objekte hinter der Struktur bleiben unsichtbar.
- Mehrfachbilder können durch Mehrfachreflexion des Schalls zwischen einer stark reflektierenden Struktur und der Oberfläche auftreten.
- Abbildungsfehler (Lagefehler) können durch Brechung der Schallwellen an Strukturen mit unterschiedlicher Schallgeschwindigkeit entstehen.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:
- Ultraschallgerät
- Computer
- 2 Schallköpfe (1 MHz; 2 MHz)
- PE-Körper mit Fehlstellen
- Messschieber

3.1 Das Ultraschallgerät ermöglicht ein A-Bild sowie (durch manuelle Bewegung des Schallkopfes) ein einfaches B-Bild. Die Darstellung erfolgt auf dem Computerbildschirm.
Zum Messen von Zeiten (bzw. Abständen) im A-Bild dienen zwei farbige Marker, die mit der Maus verschoben werden können. Die Messung der Amplitude erfolgt mit dem Maus-Cursor.
Regler an der Frontplatte des Ultraschallgerätes dienen der Einstellung der Leistung der ausgesandten Ultraschallpulse (TRANSMITTER), der Verstärkung des empfangenen Echosignals (RECEIVER) sowie der laufzeitabhängigen Verstärkung (TGC = Time Gain Control).
Weitere Hinweise zur Bedienung und Funktionsweise sind der am Platz ausliegenden Bedienungsanleitung zu entnehmen.

4 Versuchsdurchführung

Der verwendete Schallkopf ist an der Buchse PROBE / REFLECTION anzuschließen, Kippschalter auf REFLEC. Die Ankopplung der Schallwandler an den PE-Körper erfolgt mit Wasser. (Es ist nur ein dünner Wasserfilm erforderlich!)

4.1 Für die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit sind mit einem Messschieber die Dicke l des PE-Körpers und auf der Zeitskala bei aufgesetztem Schallkopf die Zeit t bis zum Maximum des Rückwandechos zu bestimmen.

4.2 Zur Bestimmung der Dämpfung ist für jeden der beiden Schallköpfe die Größe des Rückwandechos für zwei verschiedene Dicken des PE-Körpers (in Längs- und Querrichtung) zu messen. Dabei muss die LAV so eingestellt werden, dass die Verstärkung für beide Rückwandechos gleich groß ist.

4.3 Der PE-Körper ist mit **beiden** Schallköpfen auf Fehlstellen zu untersuchen.
Um die Messungen zu erleichtern, wird zuerst die Schallgeschwindigkeit berechnet (siehe 5.1) und im Menüpunkt 'Einstellungen' eingegeben. Danach wird die x-Achse (durch Klick auf den Button 'Tiefe') von Laufzeit auf Abstand umgestellt. Kontrollieren Sie, ob die Tiefe des Rückwandechos gleich der gemessenen Dicke des PE-Körpers ist!

Ein Schallkopf wird über die seitlichen Flächen des PE-Körpers geführt. Am Gerät sind dabei die Einstellungen für LAV, Leistung und Verstärkung nach folgenden Gesichtspunkten zu variieren:

- Das gewünschte Echo darf nicht vom Initialecho überdeckt werden.
- Die mit zunehmender Eindringtiefe verbundene Schwächung muss ausgeglichen werden.
- Das Echosignal darf nicht übersteuert sein, damit eine genaue Lokalisation auf dem Schirm möglich ist.

Wenn Reflexe von Bohrlöchern gefunden und alle Einstellungen optimiert sind, schalten Sie um in den B-Bild-Modus. Mit dem B-Bild gewinnt man schnell einen Überblick über die Lage der Löcher.
Stellen Sie die ungefähre Größe des Körpers sowie Anfangs- und Endwert der Farbskale richtig ein, drücken Sie den Start/Stop-Button und führen Sie den Schallkopf langsam und gleichmäßig über den PE-Körper. Die Messung muss mit dem Start/Stop-Button beendet werden. Eventuell müssen Sie für ein gutes Bild ein wenig üben und alle Einstellungen weiter verbessern.
Das B-Bild kann ausgedruckt werden.

Bitte drucken Sie für jede Frequenz und pro Student nur einmal!

Die genaue Messung der Lage der Bohrlöcher muss im A-Bild erfolgen. Für alle Löcher sind die Abstände von der Oberfläche zu bestimmen. Die zweite Koordinate jedes Loches wird ermittelt, indem man die Messung nach Drehen des PE-Körpers um 90° wiederholt. Mit Hilfe des höherfrequenten Schallkopfes (besseres Auflösungsvermögen) ist nachzuprüfen, ob die gefundenen Fehlstellen möglicherweise zusätzlich strukturiert sind.

5 Auswertung

5.1 Die Schallgeschwindigkeit ist nach Gleichung (7) zu berechnen. Die Berechnung der Wellenlänge λ erfolgt für beide Wandler über die Gleichung (1). Der Elastizitätsmodul ist nach Gleichung (2) zu errechnen.
($\nu = 0{,}45$; $\rho = 0{,}932 \text{ g cm}^{-3}$)

5.2 Aus Gl. (3) ergibt sich für zwei verschiedene Dicken x_1 und x_2:

$$\mu = \frac{1}{2(x_2 - x_1)} \cdot \ln\frac{y_1}{y_2} . \qquad (8)$$

Aus den gemessenen Amplituden y_1 und y_2 sind mit Gl. (8) die Schwächungskoeffizienten für die Frequenzen der beiden Schallköpfe zu berechnen.

5.3 Es ist auf Millimeterpapier im Maßstab 1 : 1 ein Schnitt des PE-Körpers mit Einzeichnung der Fehlstellen (Bohrungen) darzustellen.
Das B-Bild ist auf Artefakte (Schallschatten, Mehrfachbilder) zu untersuchen.

6 Literatur

Eichler, Kronfeld, Sahm: Das Neue Physikalische Praktikum, Springer, Berlin etc. 2001

Fercher, A.F.: Medizinische Physik, Springer, 1992

Millner, R.: Wissensspeicher Ultraschalltechnik, Leipzig: Fachbuchverlag 1987

7 Kontrollfragen

7.1 Welche physikalische Größe ist auf der Skale des Ultraschallgerätes dargestellt?

7.2 Warum ist eine Ankopplung von Ultraschallwandlern mittels Wasser oder Gel notwendig?

7.3 Welche Wellenlänge hat eine Ultraschallwelle in Polyethylen bei einer Frequenz von **a)** 1 MHz **b)** 2 MHz ?

Dopplereffekt M 22

1 Aufgabenstellung

1.1 Es ist eine akustische Schwebung herzustellen und zu vermessen.

1.2 Die Geschwindigkeit einer bewegten Schallquelle ist mit Hilfe des Dopplereffektes zu bestimmen.

1.3 Wellenlänge und Schallgeschwindigkeit sowie die Geschwindigkeit einer bewegten Schallquelle sind aus der Überlagerung der Schallfelder einer beweglichen und einer feststehenden Schallquelle zu bestimmen.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Werden zwei harmonische Schwingungen y_1 und y_2 mit den Kreisfrequenzen $\omega_1 = 2\pi \cdot f_1$ und $\omega_2 = 2\pi \cdot f_2$ überlagert, so entsteht eine Schwebung y:

$$y_1 = a \cdot \sin(\omega_1 \cdot t), \quad y_2 = a \cdot \sin(\omega_2 \cdot t) \quad (1)$$

$$y = y_1 + y_2$$

$$= 2a \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right) \quad (2)$$

Sind f_1 und f_2 die Frequenzen der Einzelschwingungen, so ist

$$f_S = f_1 - f_2 \quad (3)$$

die Schwebungsfrequenz und

$$T_S = \frac{1}{f_S}. \quad (4)$$

die Schwebungsdauer.
Wenn die Frequenzen f_1 und f_2 im hörbaren Bereich (20 Hz $\le f \le$ 15000 Hz) liegen und f_S < 20 Hz ist, dann wird die akustische Schwebung vom menschlichen Ohr als **ein** Ton mit regelmäßigen Intensitäts- bzw. Lautstärke-Schwankungen wahrgenommen.
Ist die Schwebungsfrequenz deutlich größer als 20 Hz, so sind die beiden Töne f_1 und f_2 getrennt zu hören.

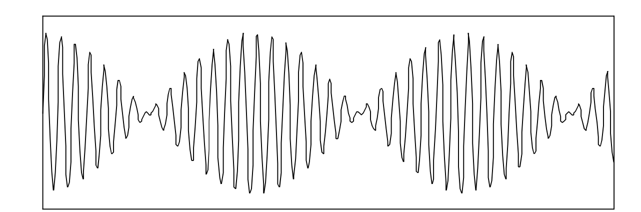


Abb.1: *Schwebung nach Gl. (2)*

2.2 Bewegt sich eine Schallquelle, die einen Ton mit der Frequenz f_0 aussendet, mit der Geschwindigkeit $v > 0$ auf einen ruhenden Beobachter zu (bzw. mit der Geschwindigkeit $v < 0$ vom ruhendem Beobachter weg), so hört der Beobachter einen Ton mit der veränderten Frequenz f' (Doppler-Effekt):

$$f' = f_0 \cdot \frac{1}{1 - v/c} . \qquad (5)$$

Dabei ist c die Schallgeschwindigkeit.

Befindet sich die Schallquelle in Ruhe und bewegt sich der Beobachter mit der Geschwindigkeit $v > 0$ auf die Quelle zu bzw. mit $v < 0$ von der Quelle fort, so ist die veränderte Frequenz f'

$$f' = f_0 \cdot (1 + v/c) . \qquad (6)$$

Aus den Gleichungen (5) und (6) folgt, dass bei der Annährung der zu hörende Ton f' höher ist als die Tonhöhe f_0 der ausgesandten Schallwelle, bei Entfernen ist der gehörte Ton tiefer ($f' < f_0$).

2.3 Senden zwei Schallquellen einen Ton derselben Frequenz f_0 aus, so interferieren beide Schallfelder miteinander. Die mit einem Mikrofon gemessene Amplitude a ist abhängig von der Differenz der Abstände r_1 und r_2 zwischen Mikrofon und Schallquelle 1 bzw. Mikrofon und Schallquelle 2:

$$\begin{aligned} a &= a_1 + a_2 \quad \text{für} \quad r_1 - r_2 = n \cdot \lambda \\ a &= a_1 - a_2 \quad \text{für} \quad r_1 - r_2 = \frac{2n+1}{2} \cdot \lambda \end{aligned} \qquad (7)$$

(a_1 und a_2 sind die Amplituden der beiden Schallquellen allein, λ die Wellenlänge und n eine ganze Zahl.)

Ist eine Schallquelle feststehend und die zweite wird auf das Mikrofon zu bzw. von ihm weg bewegt, so registriert man Maxima im Abstand $\Delta r = n \cdot \lambda$. Bewegt sich die zweite Schallquelle mit der Geschwindigkeit v, so registriert man eine Schwebung aus der Frequenz f_0 und der entsprechend Gleichung (5) Doppler-verschobenen Frequenz f'.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- NF-Generator für 2 Frequenzen
- 2 Lautsprecher
- Speicheroszilloskop (siehe Anhang)
- Zählgerät (Frequenzmesser)
- Ultraschallgenerator 40 kHz
- 2 Ultraschallwandler
- Messmikrofon
- Stoppuhr
- 2 m lange Schiene mit Längenskale
- elektrisch angetriebener Messwagen
- Verbindungsleitungen
- BNC-T-Stück
- Verbinder BNC/Banane
- Stativmaterial
- eventuell: eigener Fotoapparat

3.1 Der NF-Generator erzeugt zwei Wechselspannungen mit verschiedenen, regelbaren Frequenzen f_1 und f_2 (etwa 200 Hz ... 1 kHz), die jeweils an einem Leistungsausgang für den Anschluss von Lautsprechern und an einem BNC-Ausgang für den Anschluss des Frequenzmessers oder eines Oszilloskop zur Verfügung stehen. Zur Aufnahme des Messsignals dient ein Spezialmikrofon. Das Zählgerät misst die Anzahl der Schwingungen in einer Sekunde und speichert bis zu 1000 Messwerte. Das Oszilloskop dient zur Kontrolle des Messsignals. Zur Dokumentation der Messergebnisse kann das Oszilloskopbild mit dem eigenen Foto oder Handy fotografiert werden.

3.2 Zur Bestimmung der Geschwindigkeit v des Messwagens mit Hilfe des Doppler-Effektes wird Ultraschall verwendet. Ein Ultraschallwandler, der von dem 40 kHz-Generator angesteuert wird, wird auf den Messwagen gestellt. Um die mechanische Beeinflussung des Wagens durch die Zuleitung weitgehend zu vermeiden, ist diese über ein Stativ von oben herab zu führen. Das Messmikrofon wird am Ende der 2 m langen Schiene aufgestellt.

3.3 Für die Bestimmung von Wellenlänge und Schallgeschwindigkeit wird der zweite

Ultraschallwandler ortsfest aufgestellt und parallel zum ersten am selben Generator betrieben.

4 Versuchsdurchführung

4.0 Machen Sie sich zuerst mit der Funktionsweise und Bedienung von Digitalzähler, NF-Generator und Oszilloskop vertraut. Lesen Sie zur Vorbereitung die „Kurzanleitung zum Oszilloskop" im Anhang.

4.1 Zur Erzeugung der akustischen Schwebung sind die beiden Lautsprecher an den NF-Generator anzuschließen. Das Messmikrofon wird an den Zähler (Eingang B) und m. H. des BNC-T-Stückes gleichzeitig an den Oszillographen angeschossen. Es wird durch Drücken der Taste eingeschaltet (Nach ca. 40 min schaltet es sich automatisch aus.).
Am Generator wird eine Frequenz f_1 von etwa 400 Hz eingestellt. Lautstärke, Verstärkung des Mikrofons und Triggerschwelle des Zählers sind so einzustellen, dass die Frequenz problemlos gemessen werden kann. Das gemessene Signal wird auf dem Oszilloskop kontrolliert, es ist darauf zu achten, dass das Mikrofon nicht übersteuert wird (zu erkennen an der verzerrten Sinuskurve).
Nun ist f_2 zu verändern, bis eine deutlich hörbare und mit der Stoppuhr messbare Schwebung entsteht. Die Schwebungsdauer T_S (mit der Stoppuhr) sowie die beiden Frequenzen f_1 und f_2 (mit dem Zählgerät) sind mehrmals zu messen.

4.2 Zur Bestimmung der Geschwindigkeit v der bewegten Schallquelle wird ein Ultraschallwandler auf den Messwagen gestellt und mit dem Ausgang des 40kHz-Generators verbunden. Das Mikrofon wird am Ende der Schiene positioniert. Die Generatorfrequenz (sie kann etwas variiert werden) wird so eingestellt, dass das Messsignal maximal wird. Verstärkung des Mikrofons und Triggerschwelle des Zählers werden so eingestellt, dass die Frequenz in den verschiedenen Abständen der Schallquelle vom Mikrofon sicher messbar ist. Die Grundfrequenz f_0 und die Frequenz f' bei maximaler Geschwindigkeit sind bei Fahrt in beide Richtungen jeweils 5 mal zu bestimmen.

4.3 Zur Messung der Wellenlänge wird der zweite Ultraschallwandler parallel zum ersten an den Generator angeschlossen. Das Signal wird auf dem Oszilloskop beobachtet. Die Schallquellen sind so aufzustellen, dass ihre gemessenen Intensitäten am Mikrofon annähernd gleich groß sind. Die Frequenz f_0 und Anzahl der Maxima bei Verschiebung des Messwagens um eine größere Wegstrecke (mind. 30 cm) ist zu messen.
Die Geschwindigkeit des Messwagens wird nun ermittelt, indem eine Schwebung aus den Frequenzen der bewegten und der feststehenden Ultraschallquelle vermessen wird. Dazu wird der Oszillograph in den Digitalmode geschaltet (Taste STORE ON) und die Zeitbasis auf einen geeigneten Wert (etwa 20 ms/cm) eingestellt. Für die eigentliche Messung (nach Justierung des Signals) ist die Betriebsart SINGLE zu verwenden; die Messung wird von Hand ausgelöst, wenn der Messwagen etwa seine maximale Geschwindigkeit erreicht hat. Am Oszillograph wird die Schwebungsdauer T_S bestimmt (Tip: Dauer mehrerer Schwebungen messen, Cursor verwenden). Die Messung ist je 5 mal für die Fahrt in beide Richtungen durchzuführen.

5 Auswertung

5.1 Die Schwebungsdauer T_S wird nach den Gleichungen (3) und (4) anhand der gemessenen Werte für die Frequenzen f_1 und f_2 berechnet und mit den direkt gemessenen Werten verglichen.

5.2 Die Geschwindigkeiten sind nach (5) zu berechnen, für beide Fahrtrichtungen sind die Mittelwerte anzugeben. Bei der Berechnung wird die in 5.3 ermittelte Schallgeschwindigkeit verwendet.

5.3 Die Wellenlänge λ und die Schallgeschwindigkeit c sind zu berechnen, c ist mit

Literaturwerten zu vergleichen. Aus den Schwebungsdauern sind m. H. der Gleichungen (3-5) die Geschwindigkeiten zu berechnen, für beide Fahrtrichtungen sind die Mittelwerte anzugeben.

6 Literatur

Gerthsen, Kneser, Vogel: Physik. Springer Verlag 1989

Bergmann-Schaefer: Lehrbuch der Experimentalphysik Bd.1. de GruyterBerlin New York 1990

7 Kontrollfragen

7.1 Was ist Schall?

7.2 Wie kommt eine Schwebung zustande?

7.3 Was bedeutet Interferenz von Wellen?

7.4 Leiten Sie die Gln. (5) und (6) her!

STIRLING -Prozess W 24

1 Aufgabenstellung

1.1 Der STIRLINGmotor ist als Kältemaschine zu betreiben; die umgesetzten Energien und die Leistungszahl sind zu ermitteln.

1.2 Der STIRLINGmotor ist als Heißluftmotor zu betreiben; die umgesetzten Energien und der Wirkungsgrad sind zu bestimmen.

2 Physikalische Grundlagen

Der 1816 von ROBERT STIRLING erfundene Heißluftmotor konnte sich wegen technischer Probleme nicht gegen die Dampfmaschine durchsetzen. Grundsätzlich erlaubt er höhere Wirkungsgrade als diese, da das Arbeitsmedium Luft (im Gegensatz zum Dampf) im Motor verbleibt; es wird nur Wärme zugeführt und abgegeben. Heute besitzt der Stirlingmotor technische Bedeutung als Kältemaschine zur Heliumverflüssigung und bei der Energieversorgung durch Blockheizkraftwerke mit Kraft-Wärme-Kopplung.
Die physikalischen Grundlagen periodisch arbeitender thermodynamischer Maschinen werden mit Hilfe von Kreisprozessen beschrieben. Dabei wird nach einer Reihe von Zustandsänderungen in einem Arbeitszyklus wieder der Ausgangszustand erreicht.
Abb.1 verdeutlicht den idealen STIRLING-Prozess und Abb.2 zeigt das zugehörige pV-Diagramm. Der Kreisprozess besteht aus zwei isothermen und zwei isochoren Teilprozessen, als Arbeitsgas dient Luft.
Ein Luftvolumen wird durch den beweglichen Arbeitskolben A in einem Zylinder eingeschlossen. Außerdem befindet sich im Zylinder der ebenfalls bewegliche Verdrängerkol-

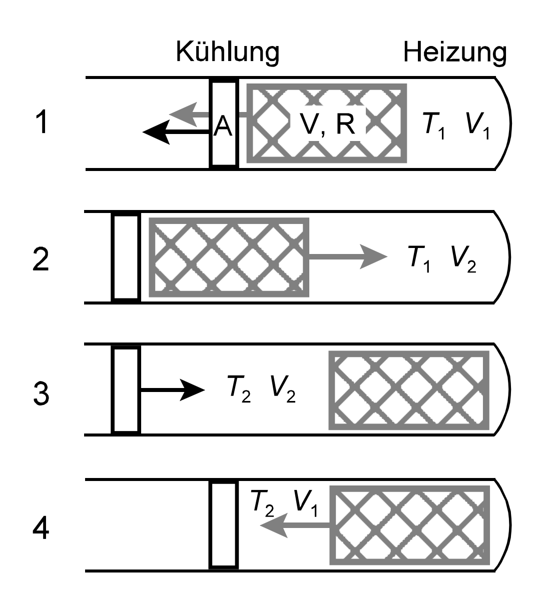


Abb.1: *Ideale Stirlingmaschine.*
A: Arbeitskolben, V, R: Verdrängerkolben und Regenerator, 1...4: siehe Abb.2

ben V, der jedoch zur Wand nicht abdichtet, so dass die Luft an ihm vorbei strömen kann. Die rechte Seite wird geheizt (Temperatur T_1), die linke Seite gekühlt (T_2). Der Verdrängerkolben schiebt die Luft zwischen den beiden Temperaturniveaus hin und her. Dabei übernimmt er gleichzeitig die Funktion des Regenerators R. Der kühlt die vorbei strömende heiße Luft ($T_1 \rightarrow T_2$), speichert ihre Energie und gibt sie an die zurückströmende kalte Luft wieder ab ($T_2 \rightarrow T_1$).

Ein Zyklus besteht aus folgenden Schritten:

1→2 Isotherme Expansion. Arbeits- und Verdrängerkolben bewegen sich nach links, die Luft mit der Temperatur T_1 expandiert. Dabei wird ihr die Wärme Q_1 zugeführt und sie verrichtet die Ausdehnungsarbeit W_1.

2→3 Isochore Abkühlung. Der Verdrängerkolben bewegt sich nach rechts, die Luft strömt in den Bereich mit der Temperatur T_2 und gibt dabei Wärme an den Regenerator ab.

3→4 Isotherme Kompression. Der Arbeitskolben bewegt sich nach rechts, die Luft mit der Temperatur T_2 wird verdichtet. Dabei muss der Kolben die Kompressionsarbeit W_2 verrichten und die Wärme Q_2 wird nach außen abgegeben.

4→1 Isochore Erwärmung. Der Verdrängerkolben bewegt sich nach links, die Luft strömt in den Bereich mit der Temperatur T_1 und nimmt dabei Wärme vom Regenerator auf.

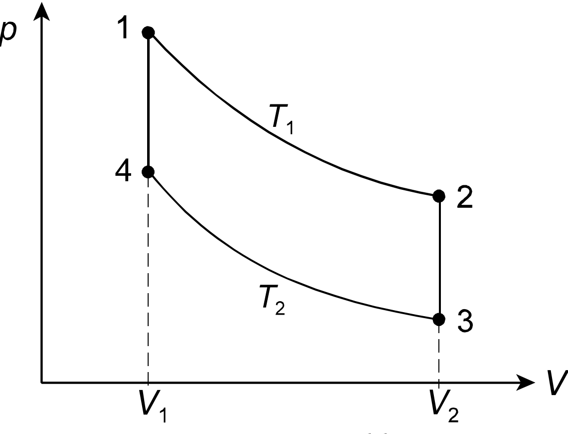


Abb.2: *p-V-Diagramm zu Abb.1*

Die Berechnung der umgesetzten Energien erfolgt nach dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik (Energieerhaltungssatz)

$$dQ = dU + dW . \tag{1}$$

Dabei ist dQ eine dem System zugeführte Wärmemenge, dU die Änderung der inneren Energie des Systems und dW eine abgegebene Arbeit.

Luft kann als ideales Gas betrachtet werden, somit ist

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T . \tag{2}$$

$R = 8{,}3143$ Ws mol^{-1} K^{-1} ist die molare Gaskonstante und n die Stoffmenge in mol.

Die Arbeit W errechnet sich aus

$$dW = p\,dV$$
$$W = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV . \tag{3}$$

Beim isothermen Prozess 1→2 ist $dT = 0$ und damit $dU = 0$. Aus (1) wird $dQ_1 = dW_1$ und mit (2) und (3) ergibt sich

$$Q_1 = W_1 = n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\left(V_2/V_1\right) . \tag{4}$$

Beim isothermen Prozess 3→4 ist wieder $dT = 0$, so dass

$$Q_2 = W_2 = n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln\left(V_1/V_2\right) . \tag{5}$$

Q_2 und damit W_2 sind negativ, weil $V_1 < V_2$. Das bedeutet, dass die Arbeit W_2 zugeführt werden muss, sich in Wärme (Q_2) umwandelt und vom System abgegeben wird.

Bei den beiden isochoren Prozessen 2→3 und 4→1 wird die selbe Wärmemenge an den Regenerator abgegeben bzw. von diesem aufgenommen, sie brauchen deshalb in der Energiebilanz nicht berücksichtigt werden.

Die in einem vollständigen Kreisprozess abgegebene Arbeit ist

$$W = \oint p\,dV = W_1 - \left|W_2\right| = Q_1 - \left|Q_2\right| . \tag{6}$$

Mit (4) und (5) ergibt sich

$$W = n \cdot R \cdot \left(T_1 - T_2\right) \cdot \ln\left(V_2/V_1\right). \quad (7)$$

Eine Maschine, welche einem Reservoir mit der Temperatur T_1 die Wärmeenergie Q_1 entnimmt, die Wärmeenergie Q_2 an ein zweites Reservoir mit der Temperatur $T_2 < T_1$ abgibt und dabei die Arbeit W verrichtet, nennt man Wärmekraftmaschine.
Der Wirkungsgrad η einer Wärmekraftmaschine ist definiert als der Quotient aus Nutzarbeit und zugeführter Wärme. Für den Stirling-Prozess ergibt sich

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} \quad (8)$$

und mit Hilfe von (4) und (7)

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (9)$$

Der maximale Wirkungsgrad ist also stets kleiner als Eins!

Durchläuft man den Kreisprozess in Abb.2 in umgekehrter Richtung (1→4→3→2→1), so erhält man das physikalische Prinzip der Wärmepumpe. Q_1, Q_2 und W kehren ihre Vorzeichen um. Mit Hilfe der aufgewendeten Arbeit W wird dem kälteren Reservoir die Wärmemenge Q_2 entzogen und dem wärmeren Reservoir die Wärme Q_1 zugeführt. Wenn der Nutzen in der Abkühlung des ersten Reservoirs besteht, spricht man von einer Kältemaschine.
Bei Wärmepumpen bzw. Kältemaschinen vermeidet man den Begriff Wirkungsgrad und spricht statt dessen lieber von der Leistungszahl ε, da diese in der Regel größer als Eins ist.

Die Leistungszahl des idealen STIRLING-Prozesses als Kältemaschine ist

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{|W|} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}, \quad (10)$$

die Leistungszahl des idealen STIRLING-Prozesses als Wärmepumpe ist

$$\varepsilon' = \frac{Q_1}{|W|} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}. \quad (11)$$

Es gibt verschiedene Bauformen von Stirlingmotoren. Arbeits- und Verdrängerkolben können in einem oder in getrennten Zylindern laufen, der Regenerator muss nicht mit dem Verdränger identisch sein.
Bei einer realen STIRLING-Maschine wird der in Abb.2 und 3 beschriebene Kreisprozess nur näherungsweise durchlaufen. Arbeits- und Verdrängerkolben sind durch um 90° versetzte Pleuel mit einer rotierenden Welle verbunden (vergleiche Abb.3). Wenn sich ein Kolben gerade schnell bewegt, ist der andere nur näherungsweise in Ruhe.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Stirlingmotor mit Sensoreinheit, Motor/ Generator-Einheit, Drehmomentenmesser und Spiritusbrenner
- Temperaturmessgerät mit 2 Thermoelementen
- SensorCassy mit pV-Box, PC, Software CassyLab
- Stromversorgungsgerät
- Verbraucherwiderstand (500 Ω, regelbar)
- 2 Vielfachmesser
- Verbindungsleitungen

3.1 Der STIRLING-Motor (Abb.3) besitzt einen Arbeitskolben A und einen Verdrängerkolben V, der die Luft zwischen dem Bereich mit der Temperatur T_1 und dem Bereich mit

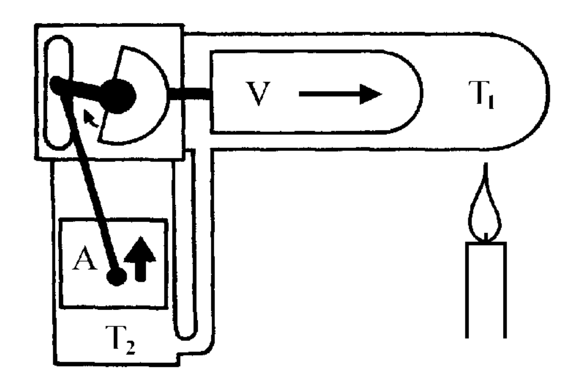


Abb.3: *Stirling-Motor*

der Temperatur T_2 hin- und herschiebt. Beide Kolben werden durch eine gemeinsame Drehachse geführt, auf der eine (in Abb.3 nicht gezeigte) Riemenscheibe befestigt ist, die gleichzeitig als Schwungrad dient. Wie in Abb.1 übt der Verdrängerkolben V auch die Funktion des Regenerators aus.

Die Wärmeenergie liefert der Spiritusbrenner. (Heizwert von Spiritus: 27 MJ/kg)

Mit Hilfe der Thermoelemente werden die Temperaturen T_1 und T_2 und die Temperaturdifferenz $\Delta T = T_1 - T_2$ gemessen.

Mit Hilfe der Sensoreinheit und dem Cassy-System werden Druck p und Volumen V gemessen. Dabei werden diese Größen folgendermaßen auf die mit dem Cassy gemessene Spannung abgebildet:

Cassy Kanal A: 0 V $\hat{=}$ $V_{min} = 32$ cm^3
$\Delta U / \Delta V = 50$ mV/cm^3
($V_{max} = 44{,}2$ cm^3)

Cassy Kanal B: 0 V $\hat{=}$ äußerer Luftdruck p_0
$\Delta U / \Delta p = 2$mV/mbar

Das Display auf der Sensoreinheit zeigt bei langsamer Drehung den Wert des Winkelzählers und bei schneller Drehung die Drehzahl ν an. Für eine korrekte Volumenmessung muss der Winkelzähler im Minimum des Volumens mit dem Taster auf Null gestellt werden.

Mit Hilfe des Drehmomentmessers (Pronyscher Zaum) lässt sich der Stirlingmotor mit einem Drehmoment M belasten. Die vom Stirlingmotor abgegebene mechanische Leistung ist $P_M = M \cdot 2\pi \cdot \nu$.
Da die umgesetzten Energien Q und Arbeiten W im Kreisprozess sich jeweils auf einen Zyklus des Kreisprozesses beziehen, soll auch die vom Stirlingmotor abgegebene mechanische Arbeit W_M pro Zyklus angegeben werden:

$$W_M = \frac{P_M}{\nu} = M \cdot 2\pi \ . \qquad (12)$$

Mit Hilfe des Generators der Motor/Generator-Einheit und eines Verbraucherwiderstandes kann die vom Stirlingmotor abgegebene mechanische Energie in elektrische Energie umgewandelt werden. Die elektrische Leistung ist $P_E = U \cdot I$, die Energie pro Zyklus:

$$W_E = \frac{U \cdot I}{\nu} \qquad (13)$$

U ist die vom Generator erzeugte Spannung, I der durch den Verbraucher fließende Strom.

Wird der Stirlingmotor als Kältemaschine bzw. Wärmepumpe betrieben, so dient die Motor/Generator-Einheit als elektrischer Antriebsmotor. Für dessen Energie pro Zyklus gilt ebenfalls Gleichung (13).

4 Versuchsdurchführung

4.1 Zuerst wird der Stirlingmotor als Kältemaschine verwendet. Der Elektromotor wird an die Gleichspannungsquelle angeschlossen, Strom und Spannung werden mit den beiden Vielfachmesser gemessen. Beachten Sie die am Motor angegebene maximale Betriebsspannung!
Nach dem Einschalten des SensorCassys muss die Volumenmessung kalibriert werden. Dazu wird der Arbeitskolben des Stirlingmotors in den tiefsten Punkt gebracht und der Taster auf der Sensoreinheit gedrückt. CassyLab ist so einzurichten, dass das pV-Diagramm für etwa einen Zyklus dargestellt wird. Mit der Einstellung "wiederholende Messung" in den Messparametern erreicht man eine Oszilloskop-Darstellung.
Bei einer konstanten Drehzahl zwischen 500 und 700 min^{-1} soll der Motor einige Minuten laufen, bis sich eine konstante Temperaturdifferenz $T_2 - T_1$ einstellt. Dann wird ein pV-Diagramm aufgezeichnet.
Außerdem werden protokolliert: Die Drehzahl ν, die Temperaturen T_1 und T_2, Spannung U und Strom I des Elektromotors sowie der Luftdruck p_0.

4.2 Der Stirlingmotor wird als Heißluftmotor betrieben. Die Heizleistung des Spiritusbrenners soll aus dem Brennstoffverbrauch pro Zeit bestimmt werden. Hierzu ist die

Masse des Brenners vor dem Anzünden und nach dem Auslöschen zu ermitteln und die gesamte Brenndauer zu stoppen.
Stellen Sie den Spiritusbrenner unter den Glaskolben des Stirlingmotors und werfen Sie den Motor an, wenn die Temperaturdifferenz ca. 100 K erreicht hat. Nach wenigen Minuten, wenn die Temperaturen und die Drehzahl annähernd stabil sind, können die Messungen beginnen.

4.2.1 Elektrische Messung:
Schließen Sie den Verbraucherwiderstand sowie Strom- und Spannungsmesser an den Ausgang des Generators an.
Stellen Sie mit Hilfe des Widerstands eine Drehzahl von etwa 500 min^{-1} ein. Bei dieser Drehzahl ist ein pV-Diagramm aufzuzeichnen. Außerdem werden gemessen:
Strom I und Spannung U am Verbraucher, Drehzahl ν, die Temperaturen T_1 und T_2.

4.2.2 Mechanische Messung:
Die Motor/Generator-Einheit wird abgebaut; der Drehmomentemesser und die Skale aufgesetzt und die Belastung so gewählt, dass die Drehzahl wieder etwa 500 min^{-1} ist. Die Drehzahl, die Temperaturen und das pV-Diagramm sollen sich von den Messungen zu 4.2.1 nicht wesentlich unterscheiden.
Zeichnen Sie noch einmal ein pV-Diagramm auf und messen Sie das Drehmoment M, die Drehzahl ν und die Temperaturen T_1 und T_2.

4.3 Zusatzaufgabe (fakultativ):
In einer Messreihe soll die Abhängigkeit der Leistung des Stirlingmotors von der Drehzahl bestimmt werden. Die Messung der abgegebenen Leistung kann entweder elektrisch (wie in 4.2.1) oder mechanisch (wie in 4.2.2) erfolgen. Variieren Sie mit Hilfe des Verbraucherwiderstandes bzw. durch Veränderung der Reibung des Drehmomentmessers die Drehzahl vom Maximum bis zum kleinsten Wert, bei dem der Motor noch gleichmäßig läuft, und messen Sie jeweils U und I bzw. M sowie die Drehzahl ν und die Temperaturen T_1 und T_2. Die Messung muss zügig erfolgen, damit die Temperaturen annähernd konstant bleiben.

5 Auswertung

Eine Abschätzung für die Stoffmenge n der Luft im Stirlingmotor erhält man aus (2), wenn man für die Zustandsgrößen die arithmetischen Mittelwerte V_m, T_m und p_m einsetzt:
$V_m = 38$ cm³, $T_m = (T_1 + T_2)/2$,
$p_m = (p_{max} + p_{min})/2$.
Alle grafischen Auswertungen und die numerische Integration können mit den Programm CassyLab erfolgen. $\oint p\,\mathrm{d}V$ wird mit dem Menüpunkt Integral-Peakfläche berechnet.

5.1 (Kältemaschine): Berechnen Sie die Stoffmenge n und zeichnen Sie in das pV-Diagramm zusätzlich die p(V)-Kurven des idealen Stirlingprozesses mit den Temperaturen T_1 und T_2 ein. Diskutieren Sie die Unterschiede zwischen dem idealen und dem realen Prozess.
Berechnen Sie die folgenden Energien pro Arbeitszyklus und die zugehörigen Leistungen (durch Multiplikation mit der Drehzahl), und stellen Sie die Ergebnisse übersichtlich in einer Tabelle dar:

- Die aufgewendete elektrische Energie W_E nach (13),
- die im idealen Stirling-Prozess aufgewendete Energie W nach (7),
- die im realen Prozess aufgewendete Energie W^* durch numerische Integration im pV-Diagramm nach (6),
- die im idealen Prozess auf der kalten Seite abgeführte Wärme Q_2 nach (5),
- die realen Prozess abgeführte Wärme Q_2^* durch numerische Integration im pV-Diagramm nach (3).

Berechnen Sie die ideale Leistungszahl ε_i der Stirling-Kältemaschine nach (10), die reale thermodynamische Leistungszahl $\varepsilon_r = Q_2^*/W^*$ und die Leistungszahl unter Berücksichtigung der aufgewendeten elektrischen Energie $\varepsilon_E = Q_2^*/W_E$. Vergleichen und diskutieren Sie die Ergebnisse.

5.2 (Heißluftmotor): Bestimmen Sie die mittlere Heizleistung P_H des Spiritusbrenners

aus Brenndauer und Masseverlust. Berechnen Sie die Stoffmenge n und zeichnen Sie in eins der pV-Diagramme zusätzlich die p(V)-Kurven des idealen Stirlingprozesses mit den Temperaturen T_1 und T_2 ein. Diskutieren Sie die Unterschiede zwischen dem idealen und dem realen Prozess.
Berechnen Sie die folgenden Energien pro Arbeitszyklus und die zugehörigen Leistungen (durch Multiplikation mit der Drehzahl), und stellen Sie die Ergebnisse übersichtlich in einer Tabelle dar:

- Die Heizenergie W_H des Spiritusbrenners,
- die dem idealen Stirling-Prozess zugeführte Wärme Q_1 nach (4),
- die dem realen Prozess zugeführte Wärme Q_1^* durch numerische Integration im pV-Diagramm nach (3),
- die vom idealen Stirling-Prozess verrichtete Arbeit W nach (7),
- die dem realen Prozess verrichtete Arbeit W^* durch numerische Integration im pV-Diagramm nach (6),
- die verrichtete mechanische Arbeit W_M nach (12) und
- die elektrische Arbeit W_E nach (13).

Berechnen Sie den Wirkungsgrad η_i des idealen Stirling-Prozesses nach (9), den realen thermodynamischen Wirkungsgrad $\eta_{th} = W^*/Q_1^*$, den Brenner-Wirkungsgrad $\eta_B = Q_1^*/W_H$, den mechanischen Wirkungsgrad $\eta_M = W_M/W_H$ und den elektrischen Wirkungsgrad $\eta_E = W_E/W_H$.
Vergleichen und diskutieren Sie die Ergebnisse.

5.3 Stellen Sie die Leistung des Stirlingmotors in Abhängigkeit von der Drehzahl grafisch dar.

6 Literatur

Eichler, Kronfeld, Sahm: Das Neue Physikalische Praktikum, Springer, Berlin etc. 2001

http://www.wikipedia.de (mit vielen weiterführende Links)

7 Kontrollfragen

7.1 Erklären Sie den (idealen) STIRLING-Prozess im Unterschied zu dem bekannten CARNOT-Prozess.

7.2 Welche Unterschiede bestehen zwischen einem idealen und einem realen thermodynamischen Kreisprozess?

7.3 Welche Anwendungen gibt es für eine Stirlingmaschine?

Diffusion W 25

1 Aufgabenstellung

Der Diffusionskoeffizient eines unbekannten Salzes in Wasser soll bestimmt werden. Hierfür ist

1.1 die elektrische Leitfähigkeit zweier Salzlösungen in Abhängigkeit von der Konzentration zu messen (Erstellung von Kalibrierkurven),

1.2 die Apparatekonstante der Diffusionszelle zu bestimmen durch Messung der Diffusion eines bekanntes Salzes (KCl),

1.3 der gesuchte Diffusionskoeffizient zu bestimmen durch Wiederholung der Messung zu 1.2 mit dem unbekannten Salz.

2 Grundlagen

Diffusion ist eine Form des Massetransports in Festkörpern, Flüssigkeiten und Gasen, der

durch die mikroskopische, ungeordnete Bewegung der Teilchen (Brownsche Bewegung) hervorgerufen wird und so gerichtet ist, dass sich ein lokales räumliches Konzentrationsgefälle (Konzentrationsgradient) ausgleicht. Sie besitzt große Bedeutung in der zellulären und organismischen Physiologie. In einem einphasigen System bei konstanter Temperatur und dem Fehlen äußerer Kräfte sorgt die Diffusion für eine gleichmäßige Konzentration der Komponenten der Phase im gesamten System.
Diffusion durch eine semipermeable Wand (permeabel für das Lösungsmittel, nicht aber für gelöste Stoffe) führt zur Osmose.
Um den eindimensionalen Diffusionsvorgang quantitativ zu beschreiben, wird der Diffusionsfluss (auch Teilchenstrom) J definiert als die Stoffmenge, die netto pro Zeiteinheit in positive x-Richtung durch eine senkrecht zu dieser Richtung angeordnete Fläche A hindurchtritt. Die Einheit des Diffusionsflusses ist mol/s. Bezieht man den Diffusionsfluss auf die Fläche A, so spricht man von dem spezifischen Diffusionsfluss oder der Diffusionsstromdichte $\Phi = J/A$.
Der Diffusionsfluss ist im isothermen Fall proportional zur betrachteten Querschnittsfläche A und zum Konzentrationsgradienten $\mathrm{d}c/\mathrm{d}x$ (1. FICKsches Gesetz):

$$J = -D \cdot A \cdot \left(\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}x}\right) . \qquad (1)$$

Dabei ist D der Diffusionskoeffizient (Einheit: $m^2\,s^{-1}$), eine Materialkennzahl für die Beweglichkeit der Teilchen in der Phase. Das negative Vorzeichen in (1) gibt an, dass der Teilchenfluss in Richtung abnehmender Konzentration verläuft. Der Diffusionskoeffizient ist abhängig von der Temperatur, der Konzentration der Komponente und von der Art und Konzentration anderer Komponenten. Er nimmt mit steigender Temperatur (häufig exponentiell) zu.
Als einfache Anwendung des 1. FICKschen Gesetzes soll die stationäre Diffusion zwischen zwei Lösungsräumen untersucht werden, die durch eine feinporige Wand der

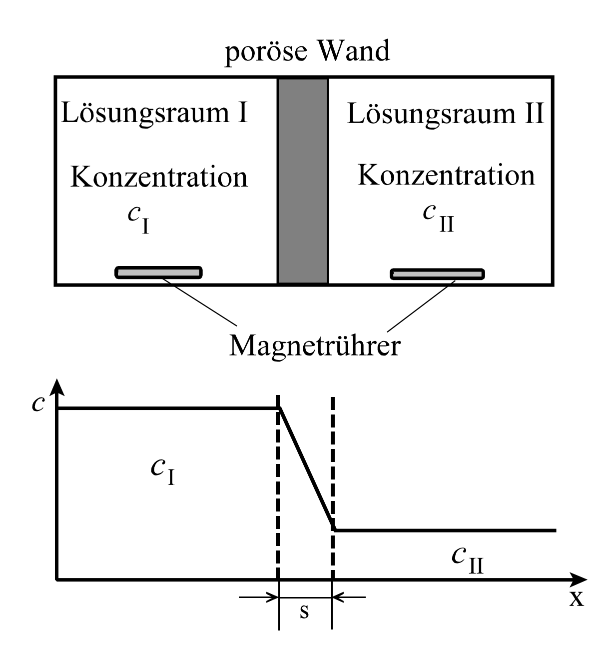


Abb.1: *Messkammer und Konzentrationsprofil*

Dicke s getrennt sind (Abb.1). Wenn jeder der beiden Lösungsräume gut durchmischt wird (z.B. durch einen Rührer), kann man in jedem der beiden Räume eine ortsunabhängige Konzentration annehmen. Das gesamte Konzentrationsgefälle erstreckt sich dann über die feinporige Trennwand, in dieser ist

$$\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}x} = -\frac{(c_I - c_{II})}{s} . \qquad (2)$$

Da bei der experimentellen Realisierung die beiden Lösungsräume relativ groß sind und die Bedingung $c_I \gg c_{II}$ während der gesamten Messzeit erfüllt ist, vereinfacht sich (2) zu

$$\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}x} = -\frac{c_I}{s} \qquad (3)$$

und der Diffusionsfluss J wird entsprechend Gl. (1) zeitlich konstant.
Die Konzentration c_{II} ergibt sich bei konstantem Zustrom von Ionen in den Lösungsraum II mit dem Volumen V zu

$$c_{II} = \frac{J \cdot t}{V} . \qquad (4)$$

Fasst man die gerätespezifischen Größen zu einer Apparatekonstanten

$$\beta = \frac{A}{V \cdot s} \tag{5}$$

zusammen, so ergibt sich aus (4) mit (1), (3) und (5) ein linearer Anstieg der Konzentration c_{II} im Lösungsraum II in Abhängigkeit von der Zeit

$$c_{\mathrm{II}}(t) = c_{\mathrm{I}} \cdot \beta \cdot D \cdot t \tag{6}$$

mit dem Anstieg

$$\frac{\mathrm{d}c_{\mathrm{II}}}{\mathrm{d}t} = c_{\mathrm{I}} \cdot \beta \cdot D\,. \tag{7}$$

Misst man c_{II} in Abhängigkeit von der Zeit t, so kann also aus dem Anstieg der Messkurve bei bekannter Apparatekonstante β und Konzentration c_{I} der Diffusionskoeffizient D bestimmt werden. Die Apparatekonstante kann durch die Messung mit einer Substanz mit bekanntem Diffusionskoeffizienten bestimmt werden.

Im 1. FICKschen Gesetz (Gleichung (1)) steht der Gradient der Stoffmengenkonzentration (Molarität, Einheit mol/l). Da in (6) und (7) die Konzentration auf beiden Seiten der Gleichung steht, kann sie dort durch die Massenkonzentration (Einheit g/l) ersetzt werden. Damit ist es für die Bestimmung des Diffusionskoeffizienten nicht notwendig, die Molmasse des gelösten Salzes zu kennen. Im Weiteren werden deshalb für alle Konzentrationsangaben Massenkonzentrationen in g/l verwendet.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- Einzelmesskammer
- Doppelmesskammer
- 2 Röhrchen (4 ml) für Stammlösungen
- Leitfähigkeits-Messsonde mit Stativ
- Generator 1 V, 130 Hz
- Anschluss-Box mit Umschalter und Messwiderstand
- Digitalmultimeter
- Doppelmagnetrührer mit 2 Rührstäbchen
- Pipette 100 µl, Pipettenspitzen
- Mikrospatel, Pinzette
- Stoppuhr
- Laborwaagen 0,0001 g und 0,1 g
- Messzylinder 250 ml

3.1 Die Ionenkonzentration der beiden Salzlösungen (Substanz A: KCl, Substanz B: unbekanntes Salz) wird mit Hilfe Messung elektrischen Leitwertes bestimmt.
Die Einzelmesskammer besitzt die gleichen Maße wie ein Teil der Doppelmesskammer und dient zur Kalibrierung der Konzentrationsmessung, d. h., zur experimentellen Bestimmung des Zusammenhangs zwischen Leitwert und Konzentration.
Die poröse Wand der Doppelmesskammer wird durch ein Zellulosenitrat-Filter mit 0,2 µm Porengröße gebildet.
Abb.2 zeigt die Anordnung zur Messung der Leitwert-Konzentrationsabhängigkeit der Lösung. In die Messkammer wird eine Leitfähigkeits-Messsonde, die aus zwei Elektroden besteht, eingetaucht.
Mit Hilfe eines Voltmeters kann über einen Messwiderstand (R=100Ω; in die Anschlussbox eingebaut) der zwischen den Elektroden fließende Strom I bestimmt werden. Dieser ergibt sich aus der zu messenden Spannung U_i nach dem Ohmschen Gesetz.
Mit Hilfe eines Umschalters kann mit dem selben Voltmeter auch die Generatorspannung U_z bestimmt werden. Aus diesen beiden Spannungsmessungen und dem bekannten Wert des Messwiderstandes lässt sich der zur jeweiligen Konzentration gehörende elektri-

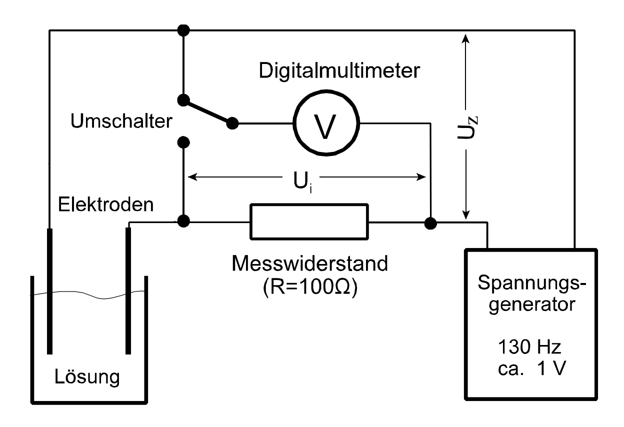


***Abb.2:** Messanordnung zur Bestimmung des Leitwertes der Lösung*

sche Leitwert der Lösung $G(c)$ berechnen:

$$G(c) = \frac{I}{U_z - U_i} = \frac{U_i}{U_z - U_i} \cdot \frac{1}{R} . \qquad (8)$$

4 Versuchsdurchführung

Bereiten Sie schon vor Beginn des Praktikums die Tabellen für die Aufnahme der Messwerte vor und berechnen Sie die Konzentrationen der Messlösungen in g/l in den einzelnen Schritten!

Für das Versuchsergebnis sind Sauberkeit der Arbeitsgeräte und Reinheit der Lösungen von großer Bedeutung. Nach jedem Benutzen sind deshalb die Messkammern zu reinigen!
Zum Einwiegen der Substanzen stehen Waagen der Genauigkeit 0,1 mg zur Verfügung. Am einfachsten ist es, die Substanzen direkt in die (trockenen!) Glasröhrchen einzuwiegen. Die Wassermenge von 220 ml kann wahlweise mit einer Waage (0,1 g Genauigkeit) oder mit einem Messzylinder abgemessen werden.
Achten Sie darauf, dass die Magnetrührer immer funktionieren!

4.1 Messung der Kalibrierkurven:
Sowohl für die KCl-Lösung als auch für die Lösung des unbekannten Salzes wird der Leitwert in Abhängigkeit von der Salzkonzentration im Konzentrationsbereich von (0…0,5) g/l gemessen.
Dazu sind von beiden Stoffen jeweils 3 ml einer Stammlösung der Konzentration 220 g/l herzustellen (Salz in ca. 2,5 ml deionisiertem Wasser auflösen, dann mit der Pipette auf 3 ml auffüllen).
Die Einzelmesskammer ist mit 220 ml deionisiertem Wasser zu füllen. In 5 Schritten werden jeweils 100 µl der KCl-Stammlösung zur Messlösung hinzugegeben. Nach dem Konzentrationsausgleich sind jeweils U_i und U_z zu messen. Diese Prozedur ist mit dem unbekannten Salz zu wiederholen.

Es ist empfehlenswert, die Auswertung zu diesem Teilversuch sofort durchzuführen (siehe 5.1), damit die Kalibrierkurven bereits während der Durchführung von 4.2 und 4.3 zur Verfügung stehen.

4.2 Bestimmung der Apparatekonstante β:
Beide Teile der Doppelmesskammer sind mit je 220 ml deionisiertem Wasser zu füllen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird durch Zugabe von KCl in Kammer I eine Konzentration von 10 g/l eingestellt. Der Leitwert in Kammer II ist 15 min lang alle 3 min zu messen. Die Pausen zwischen den Messungen sollten Sie nutzen um den Leitwert sofort zu berechnen und anhand der Kalibrierkurve die Konzentration zu bestimmen (siehe 5.2).

4.3 Messung des Diffusionskoeffizienten der Substanz B:
Die Messung erfolgt analog zu Punkt 4.2. Für das Salz mit dem unbekannten Diffusionskoeffizienten wird eine Ausgangskonzentration in Kammer I von 20 g/l eingestellt.

5 Auswertung

5.1 Aus den gemessenen Spannungen U_i und U_z ist der Leitwert der Lösungen nach Gl. (8) zu berechnen. Für beide Salze ist der Leitwert in Abhängigkeit von der Konzentration graphisch darzustellen.

5.2 Aus den gemessenen Spannungen U_i und U_z ist nach Gl. (8) der Leitwert der Lösung im Kammer II zu berechnen. Mit Hilfe der in 5.1 erstellten Kalibrierkurven sind aus den Leitwerten die Konzentrationen zu ermitteln. Die KCl-Konzentration in Kammer II ist in Abhängigkeit von der Zeit graphisch darzustellen. Mittels linearer Regression wird der Anstieg der Kurve bestimmt und aus diesem gemäß Gl. (7) die Apparatekonstante β berechnet.

Der Diffusionskoeffizient von KCl beträgt
$D_0 = 1{,}996 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m^2\ s^{-1}}$

5.3 Die Konzentration des unbekannten Salzes in Kammer II ist wie in 5.2 zu ermitteln und in Abhängigkeit von der Zeit graphisch darzustellen. Mittels linearer

Regression wird der Anstieg der Kurve bestimmt und aus diesem gemäß Gl. (7) der Diffusionskoeffizient D berechnet. Dabei ist die mit KCl ermittelte Apparatekonstante β aus 5.2 einzusetzen.

6 Literatur

Adam, G., Läuger, P., Stark, G., Physikalische Chemie und Biophysik, Springer Berlin, 1995

7 Kontrollfragen

7.1 Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Diffusion und der Wärmeleitung?

7.2 Warum erfolgt die Messung des Leitwertes der Lösungen mit niederfrequentem Wechselstrom?

7.3 Von welchen Größen hängt der Diffusionskoeffizient ab?

Donnanpotential W 27

1 Aufgabenstellung

Die Ladung z_M eines Makromoleküls (Eialbumin) soll mit Hilfe der Messung des Donnanpotentials in Abhängigkeit von der Konzentration des Makromoleküls bestimmt werden.

2 Grundlagen

An biologischen Membranen (vor allem an Zellwänden, aber auch an künstlichen Membranen) können transmembrane elektrische Potentiale nachgewiesen werden. Das sind elektrische Spannungen zwischen beiden Seiten der Membran bzw. zwischen Intra- und Extrazellulärraum, die in der Biophysik als Membranpotentiale bezeichnet werden. Das Auftreten sowie die Größe dieser Potentiale sind ein Teil der aktiven oder passiven Wechselwirkung der Zelle mit ihrer Umgebung. Membranpotentiale entstehen zunächst passiv durch unterschiedliche Ionenkonzentrationen (z.B. von K^+- oder Na^+-Ionen) im Extra- und Intrazellularraum. Sie können durch aktive Funktionen der Zellmembran wie das Öffnen und Schließen von ionenspezifischen Kanälen oder durch Ionenpumpen stark beeinflusst werden.

Passiv entstehende Potentiale an einer Zellmembran werden durch transmembrane Diffusion folgendermaßen verursacht:

Gleichgewichtspotential (NERNST-Potential): Zwischen zwei Lösungsräumen I und II (Abb.1), die eine Salzlösung aus einwertigen Kat- und Anionen enthalten, befinde sich eine semipermeable Membran SM.
c_I^A und c_{II}^A bezeichnen die Konzentrationen der Anionen A, c_I^K und c_{II}^K die der Kationen K in den Lösungsräumen I und II. Das gelöste Salz habe beidseits der Membran eine unterschiedliche Konzentration und sei vollständig dissoziiert. Es gelte $c_I^K > c_{II}^K$.
Die Membran sei durchlässig für die Kationen und undurchlässig für die Anionen.

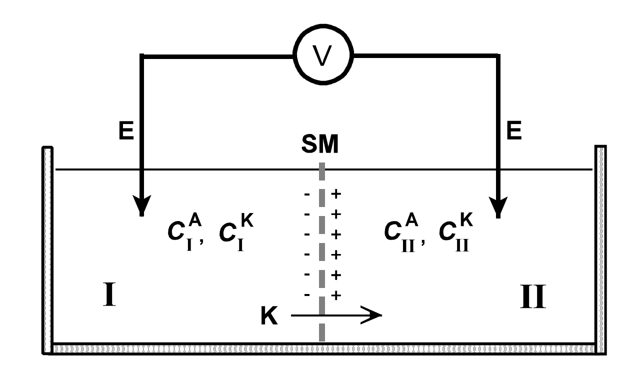


Abb.1: *Messzelle. SM: semipermeable Membran, E: Elektroden*

Durch den Konzentrationsunterschied diffundieren Kationen aus dem Lösungsraum I in den Raum II, die Anionen können dagegen die Membran nicht durchdringen. Der Diffusionsstrom von I nach II ist also auch mit einem Transport von positiven Ladungen verbunden. Dadurch baut sich ein elektrisches Potential zwischen beiden Lösungsräumen auf, das einem Konzentrationsausgleich entgegenwirkt.
Im entstandenen Gleichgewicht verhalten sich die Teilchendichten oder Konzentrationen gemäß der (Boltzmann-) Verteilung der kinetischen Energien thermischer Ionenbewegungen:

$$c_{\mathrm{I}}^{\mathrm{K}} : c_{\mathrm{II}}^{\mathrm{K}} = 1 : \mathrm{e}^{-\frac{\Delta E}{kT}} \qquad (1)$$

mit

$$\Delta E = z \cdot e \cdot \Delta\varphi \ . \qquad (2)$$

Dabei bedeuten

ΔE: elektrische Arbeit, die verrichtet werden muss, um ein Kation von Lösungsraum I in Lösungsraum II zu transportieren,
$k = 1{,}381 \cdot 10^{-23}$ Ws/K: Boltzmann-Konstante,
T: absolute Temperatur,
z: Ladungszahl des Ions,
$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C: Elementarladung,
$\Delta\varphi$: Potentialdifferenz, entspricht der gemessenen Spannung.

Durch Einsetzen und Umstellen folgt aus (1) und (2) die Nernstsche Gleichung:

$$\Delta\varphi = \frac{k\,T}{z\,e} \cdot \ln \frac{c_{\mathrm{I}}^{\mathrm{K}}}{c_{\mathrm{II}}^{\mathrm{K}}} \ . \qquad (3)$$

Für $T = 20°\mathrm{C} = 293$ K ergibt sich

$$\Delta\varphi = \frac{25\,\mathrm{mV}}{z} \cdot \ln \frac{c_{\mathrm{I}}}{c_{\mathrm{II}}} = \frac{58\,\mathrm{mV}}{z} \cdot \lg \frac{c_{\mathrm{I}}}{c_{\mathrm{II}}} \ .$$

Beispiel: Das Ruhepotential biologischer Zellen ist im Wesentlichen ein K^+-Diffusionspotential (Ausnahme: Nervenzellen). Es beträgt -89 mV bei Kaliumkonzentrationen $c_{\mathrm{I}}^{\mathrm{K}} = 5$ mM intrazellulär und $c_{\mathrm{II}}^{\mathrm{K}} = 140$ mM extrazellulär.
(Die Einheit der Molarität ist mol/l oder M; es gilt 1 mol/l = 1 M, 10^{-3} mol/l = 1 mM.)

Zum Aufbau des NERNST-Potentials $\Delta\varphi$ müssen nur relativ wenige Ionen durch die Membran diffundieren, die Konzentrationen ändern sich dabei nicht wesentlich.

Donnanpotential:
Werden die Lösungsräume I und II durch eine Membran getrennt, die vollständig permeabel für die Kationen und Anionen ist, dann tritt infolge Diffusion ein vollständiger Konzentrationsausgleich ein (Abb.2a). Im Gleichgewicht entsteht dann gemäß Nernstscher Gleichung (3) kein transmembranes Potential, d. h. $\Delta\varphi = 0$.
Gibt man im Lösungsraum I Makromoleküle in der Konzentration c_{M} hinzu, die in hochmolekulare, impermeable Anionen mit der Ladung z_{M} und kleine, permeable Kationen

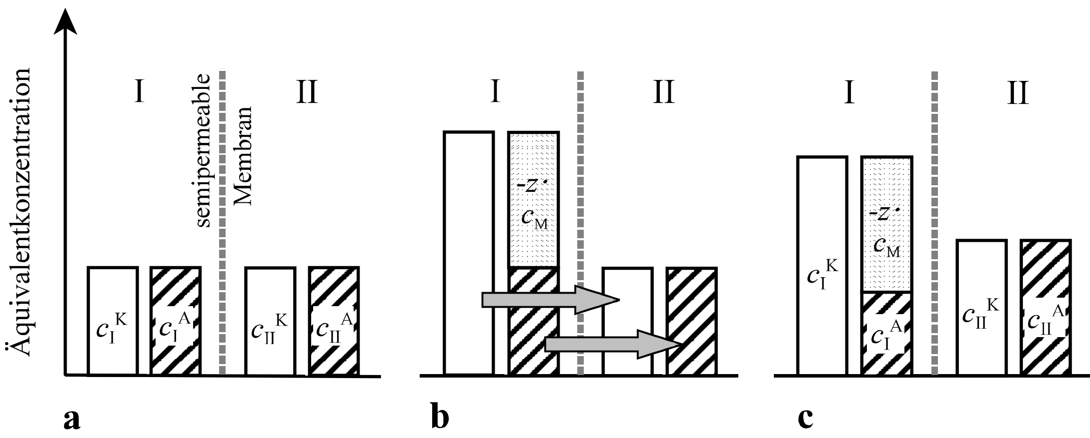


Abb.2: Entstehung des DONNAN-Gleichgewichts. **a)** *Gleichgewicht permeabler einwertiger Kationen und Anionen,* **b)** *Zugabe von Makromolekülen,* **c)** *DONNAN-Gleichgewicht*

dissoziieren (Abb.2b), so entsteht ein Konzentrationsgradient der Kationen, da nun $c_I^K > c_{II}^K$ ist.
Durch den Diffusionsstrom der Kationen entsteht ein Membranpotential, das wiederum eine Rückwirkung auf die Konzentrationsverteilung der permeablen Anionen hat, mit der Folge, dass auch permeable Anionen aus dem Lösungsraum I in den Lösungsraum II diffundieren. Dabei bleibt die Neutralität in beiden Lösungsräumen erhalten. Das Diffusionsgleichgewicht (Abb.2c) wird erreicht, wenn das Nernstpotential der permeablen Anionen gleich dem der Kationen ist. Nach (3) ergibt sich für einwertige Ionen (d. h. z = +1 für Kationen und z = −1 für Anionen):

$$\Delta\varphi = \frac{kT}{e}\ln\frac{c_I^K}{c_{II}^K} = \frac{kT}{e}\ln\frac{c_{II}^A}{c_I^A}. \qquad (4)$$

Im Gleichgewicht bleibt also ein bestimmtes Membranpotential erhalten, das als Donnan-Potential bezeichnet wird (erstmals untersucht von DONNAN 1911).
Anders als beim reinen Nernst-Potential stellt sich das Donnan-Gleichgewicht erst nach beträchtlichen Konzentrationsverschiebungen der permeablen Ionen in beiden Lösungsräumen ein. Zusätzlich muss neben dem Ionentransport auch der Wassertransport durch die Membran verschwinden. Dies ist nur möglich, wenn der Lösungsraum mit der Proteinlösung unter einem (hydrostatischen) Überdruck steht, der als kolloidosmotischer Druck bezeichnet wird.

Aus Gl. (4) ist ersichtlich, dass im Donnan-Gleichgewicht

$$\frac{c_I^K}{c_{II}^K} = \frac{c_{II}^A}{c_I^A} = r_D \qquad (5)$$

gilt, wobei r_D als Donnan-Koeffizient bezeichnet wird.
Mittels (4) und (5) kann der DONNAN-Koeffizient aus dem (messbaren) Membranpotential $\Delta\varphi$ berechnet werden:

$$r_D = \mathrm{e}^{\Delta\varphi\frac{e}{kT}}. \qquad (6)$$

Abgesehen von einer elektrischen Doppelschicht unmittelbar an der Membran bleibt nach Einstellung des DONNAN-Gleichgewichtes in beiden Lösungsräumen die elektrische Neutralität erhalten (siehe auch Abb.2c):

$$\begin{aligned} c_I^A + (-z_M)\cdot c_M &= c_I^K \\ c_{II}^A &= c_{II}^K. \end{aligned} \qquad (7)$$

Bezeichnet man die Anfangskonzentration des permeablen Salzes mit c_L (in Abb.2a ist $c_I^K = c_I^A = c_{II}^K = c_{II}^A = c_L$) und sind beide Lösungsräume gleich groß, so ist immer

$$c_I^A + c_{II}^A = 2\,c_L. \qquad (8)$$

Aus (5), (7) und (8) ergibt sich

$$r_D = \frac{-z_M\,c_M}{2c_L} + 1. \qquad (9)$$

Der Donnan-Koeffizient ist also einerseits von der Ladung und der Konzentration des impermeablen Makromoleküls, andererseits aber auch von der Konzentration der permeablen Ionen abhängig. Sofern die Ladung z_M der Makromoleküle bzw. ihr Dissoziationsgrad als konstant angenommen werden können, d.h. bei nicht zu großer Konzentration c_M, ergibt sich nach (9) eine lineare Abhängigkeit des Donnan-Koeffizienten von c_M.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- Doppelmesskammer mit semipermeabler Membran (Dialysemembran)
- 2 Referenzelektroden, Stativ dafür
- Voltmeter
- 2 Röhrchen (4 ml) für Stammlösungen
- Pipette 200 µl, Pipettenspitzen
- Doppelmagnetrührer, 2 Rührstäbchen
- Mikrospatel aus Metall, Plasikspatel
- Laborwaagen 0,0001 g und 0,1 g
- Messzylinder 250 ml

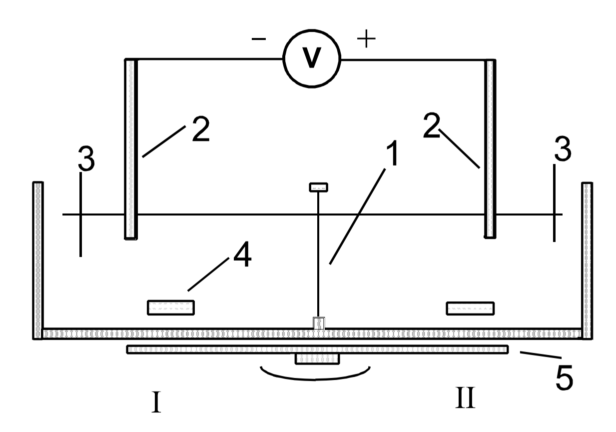


Abb.3: Messzelle zur Bestimmung des Donnanpotentials. 1: Membran, 2: Elektroden, 3: Lösungsräume I und II 4: Magnetrührer, 5: Rührwerk

3.1 Das Donnanpotential wird in einer durch eine semipermeable Membran in zwei Hälften getrennten Messzelle gemessen (Abb.3). Die dort gezeigte Polarität ergibt sich, wenn die impermeablen Anionen wie in Abb.2 in den Lösungsraum I gegeben werden.
Um das Potential durch den Messvorgang nicht zu beeinflussen, werden Referenzelektroden benutzt.

3.2 Referenzelektroden: In der Elektrochemie ist es üblich, Elektrodenpotentiale auf die Normal-Wasserstoffelektrode zu beziehen. Diese ist jedoch kompliziert zu handhaben und für die Messung von Potentialdifferenzen in Elektrolytlösungen wenig geeignet. Statt dessen werden Referenzelektroden benutzt, deren Potential besonders konstant und unabhängig von der Zusammensetzung der Lösung ist, in die sie eintauchen.
Im Versuch werden entweder Ag/AgCl-Elektroden oder Hg/Hg_2Cl_2- (Kalomel-)Elektroden eingesetzt. Sie bestehen aus einem mit gesättigter KCl-Lösung gefüllten Glasröhrchen (Abb.4). In der Lösung befindet sich das eigentliche Referenzelement, welches Ag und festes, schwer lösliches AgCl (bzw. Hg und Hg_2Cl_2) enthält und über einen Silberdraht (bzw. Platindraht) mit der Zuleitung verbunden ist. Das Potential der Ag-Elektrode wird durch die sehr kleine Konzentration der in Lösung gehenden Ag^+-Ionen bestimmt. Über das konstante Löslichkeitsprodukt $c_{Ag^+} \cdot c_{Cl^-}$ ist die Ag^+-Konzentration mit der sehr großen Cl^--Konzentration verknüpft und ist daher besonders stabil. Entsprechendes gilt für die Kalomel-Elektrode.
Unten am Elektrodengefäß befindet sich ein poröses keramisches Diaphragma, über welches die Elektrode mit der umgebenden Lösung in elektrischem Kontakt steht.

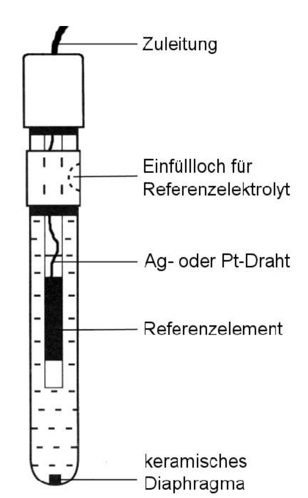


Abb.4: *Referenzelektrode*

4 Versuchsdurchführung

Bereiten Sie schon vor Beginn des Praktikums die Tabellen für die Aufnahme der Messwerte vor und berechnen Sie die Salzkonzentration c_L und die Konzentration des Eialbumins c_M in mmol/l in den einzelnen Schritten!

4.1 Herstellung der Stammlösungen:
Die sehr kleinen Substanzmengen sind direkt in den trockenen Glasröhrchen einzuwiegen.

0,4 g Eialbumin (Molmasse: 45 000 g/mol) ist in ca. 3 ml deionisiertem Wasser (DI-Wasser) zu lösen. Um starke Schaumbildung zu vermeiden, sollten Sie nicht schütteln sondern das Albumin vorsichtig mit dem Plastikspatel verrühren. Nach Klärung der Lösung ist zu 4 ml zu ergänzen.

4 ml einer 0,2 M KCl-Lösung sind herzustellen durch Einwiegen des Salzes, Auflösen und Auffüllen mit DI-Wasser auf 4 ml.

4.2 Messung des Donnanpotentials:
In die Messkammer ist die semipermeable Membran einzusetzten. Die Membran darf nicht austrocknen, wenn sie einmal feucht ist. Das führt zu ihrer Zerstörung!
Die Messkammern werden jeweils mit ca. 125 ml Di-Wasser gefüllt und die mit dem Voltmeter verbundenen Referenzelektroden nach Abspülen mit DI-Wasser in die beiden Kammern getaucht. Es ist darauf zu achten, dass sich die Elektroden immer nur für kurze Zeit außerhalb der Flüssigkeiten befinden, da sie sonst austrocknen. Die Elektroden müssen immer aufrecht stehen!

Die Magnetrührer werden eingeschaltet, je 200 µl der 0,2 M KCl-Lösung werden dem Inhalt beider Kammern beigefügt und das sich einstellende Potential zwischen den Kammern (der Leerwert) wird gemessen.
Beachten Sie dabei, dass das Potential immer erst abgelesen wird, nachdem sich ein stationärer Zustand eingestellt hat. Geben Sie alle gemessenen Spannungen in mV an.
Ohne Zugabe von Eialbumin ist das Donnanpotial Null; die gemessene Spannung entsteht durch unterschiedliche Potentiale der verwendeten (nicht idealen) Referenzelektroden. Der Leerwert wird später zur Korrektur der Messergebnisse verwendet.

Nun werden 200 µl der Eialbuminlösung in die linke Kammer gegeben und das entstehende Donnanpotential wird gemessen. Durch schrittweise Erhöhung der Eialbuminkonzentration (Zugabe von jeweils 200 µl, Gesamtvolumen 2 ml) wird die Konzentrationsabhängigkeit des Donnanpotentials registriert.
Die Temperatur der Lösungen ist zu messen.

5 Auswertung

Die Ladung des Makromoleküls z_M soll mittels (9) ermittelt werden. Dazu wird Folgendes berechnet:

- **bereits bei der häuslichen Vorbereitung** die Salzkonzentration c_L und die Konzentration des Eialbumins c_M in mmol/l
- die durch Subtraktion des Leerwertes korrigierten Potentiale in mV
- die Donnan-Koeffizienten r_D mittels Gleichung (6).

r_D ist graphisch als Funktion von c_M darzustellen. Für kleine c_M ist diese Funktion entsprechend Gleichung (9) eine Gerade mit dem Anstieg $-z_M/2c_L$. Dieser Anstieg ist aus der Graphischen Darstellung zu ermitteln und mit seiner Hilfe ist z_M zu berechnen.

6 Literatur

Adam, G.; Läuger, P.; Stark, G.: Physikalische Chemie und Biophysik, Springer-Verlag Berlin, 1988

Fercher, A.F., Medizinische Physik, Springer, 1992

7 Kontrollfragen

7.1 Was verstehen Sie unter einer semipermeablen Membran?

7.2 Nennen Sie Beispiele für osmotische Vorgänge in der Natur!

7.3 Welche Voraussetzungen müssen zur Entstehung eines Donnanpotentials gegeben sein?

Magnetfeld E 4

1 Aufgabenstellung

1.1 Für einen magnetischen Eisenkreis mit Luftspalt ist die Hysteresekurve aufzunehmen.

1.2 Die Magnetflussdichte und die magnetische Feldstärke im Eisen sind zu bestimmen.

1.3 Die remanente Flussdichte, die Koerzitivfeldstärke, die maximale relative Permeabilität und die relative Permeabilität in der Sättigung sind zu ermitteln.

2 Physikalische Grundlagen

Für Stoffe, die sich in einem magnetischen Feld befinden, schreibt man:

$$B = \mu_0 \cdot (H + M) = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot H \qquad (1)$$

Es bedeuten:
B die Magnetflussdichte, SI-Einheit Vs/m² = T (Tesla)
M die Magnetisierung (des Stoffes) und
H die magnetische Feldstärke, SI-Einheit A/m
$\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6}$ Vs/Am die magnetische Feldkonstante,
μ_r die relative Permeabilität.

Achtung: Verwechslungsgefahr!
In der deutschsprachigen Tradition werden B als magnetische Flussdichte (auch magnetische Induktion) und H als magnetische Feldstärke bezeichnet.
Im englischen Sprachraum und vereinzelt auch in modernen deutschen Lehrbüchern heißen dagegen H magnetische Erregung und B magnetisches Feldstärke!

Für nicht ferromagnetische Stoffe ist die Magnetisierung klein und proportional zur magnetischen Feldstärke; die relative Permeabilität μ_r ist eine Materialkonstante. Bei ferromagnetischen Stoffen ist die Magnetisierung sehr groß und keine eindeutige Funktion der Feldstärke H, sie hängt vielmehr von der Vorbehandlung des Stoffes ab. Es kann eine remanente (zurückbleibende) Magnetisierung bei $H = 0$ existieren (siehe Abb.1). Unter diesen Umständen wird die Schreibweise $B=\mu_r \cdot \mu_0 \cdot H$ in (1) unsinnig. Für viele technische Anwendungen ist es trotzdem sinnvoll, eine relative Permeabilität anzugeben, welche dann differentiell definiert wird:

$$\mu_r \cdot \mu_0 = \frac{dB}{dH} \qquad (2)$$

und sowohl von H als auch von der „Vorgeschichte” abhängt.
Abb.1 gibt den Zusammenhang zwischen B und H (die Hysteresekurve) für ein typisches Ferromagnetikum wieder, welches zunächst im Punkt 0 unmagnetisiert sein soll. Von 0 bis P_1 wächst die Magnetflussdichte mit der Feldstärke, bis bei P_1 eine Sättigung erreicht ist (Neukurve). Wird nun H wieder verkleinert, so ergibt sich der Verlauf P_1 - P_2 - P_3 - P_4.
Bei $H = 0$ (P_2) bleibt der Stoff magnetisch, er besitzt das remanente Feld B_R. Die remanente Magnetisierung kann durch die Koerzitivfeldstärke H_C ($H_C < 0$) kompensiert werden; in P_3 ist $B = 0$. Wird von P_4 aus die Feldstärke vergrößert, so ergibt sich die Kurve P_4 - P_5 - P_6 - P_1.

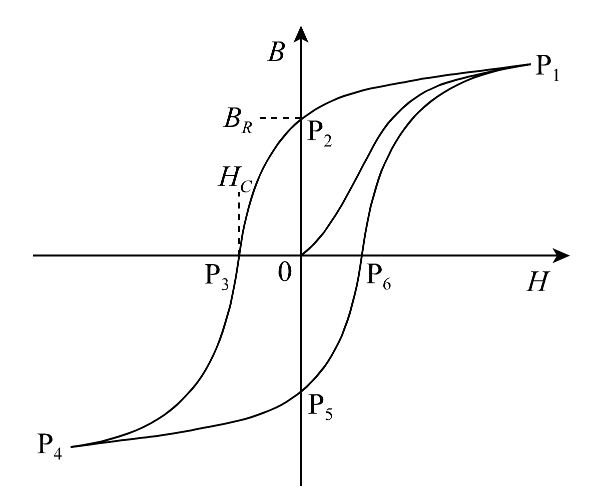


Abb.1: *Hysteresekurve*

Wir betrachten nun einen magnetischen Eisenkreis mit einem Luftspalt wie in Abb.2. Nach dem AMPÉREschen Gesetz gilt für die Feldstärken H_L im Luftspalt und H_{Fe} im Eisenkern

$$H_L \cdot s_L + H_{Fe} \cdot s_{Fe} = N \cdot I \qquad (3)$$

und die Flussdichte ist überall gleich:

$$B = B_L = B_{Fe} \,. \qquad (4)$$

(N = Windungszahl, s_{Fe} = mittlere Länge im Eisen, s_L = Länge des Luftspaltes)
Mit $B_L = \mu_0 \cdot H_L$ ergibt sich daraus die Feldstärke im Eisen zu

$$H_{Fe} = \frac{N \cdot I}{s_{Fe}} - \frac{s_L \cdot B}{s_{Fe} \cdot \mu_0} \,. \qquad (5)$$

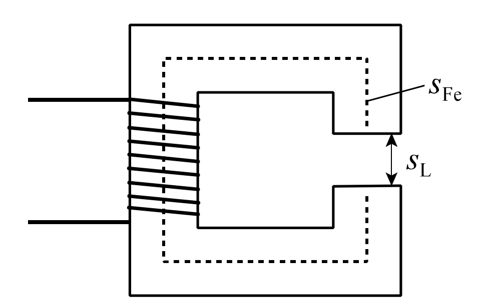


***Abb.2:** magnetischer Eisenkreis mit Luftspalt*

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Eisenkern mit Spule, N = 5455 Windungen
- Permanentmagnet
- Motor mit Induktionsspule
- Messschieber
- Teslameter mit Hallsonde
- Stromversorgungsgerät
- 2 Digitalmultimeter
- Umschalter (Polwender)
- Verbindungsleitungen

3.1 Die Schaltung für den Versuchsaufbau zeigt die Abb.3. Das Stromversorgungsgerät liefert die Spannungen U = 0...40 V für die Magnetspule und U_M = 18 V für den Betrieb des Motors. Die Stromstärke I, die das Magnetfeld in der Spule erzeugt, kann mit dem Spannungsregler am Stromversorgungsgerät eingestellt werden. Die Richtung des Stromes lässt sich durch den Schalter S (Polwender) umkehren.
Die Magnetflussdichte B wird im Luftspalt L gemessen mit Hilfe der Induktionsspule IS, die durch den Motor M in Rotation versetzt wird. Die in IS induzierte Spannung U_{ind} ist proportional zu B. Zur Kalibrierung dieser Messeinrichtung wird ein Permanentmagnet verwendet. Die Induktion B' des Permanentmagneten wird mit Hilfe der Hallsonde des Teslameters bestimmt.

4 Versuchsdurchführung

4.1 Bestimmen Sie s_{Fe} und s_{L} mit dem Messschieber und bauen Sie die Schaltung nach Abbildung 3 auf.
Zur Kalibrierung der Induktionsmesseinrichtung wird der Polschuh entfernt und Permanentmagnet so an den unteren Schenkel des Eisenkerns Fe angebracht, dass die Induktionsspule IS frei in dem entstandenen Luftspalt rotieren kann. Die Motorspannung

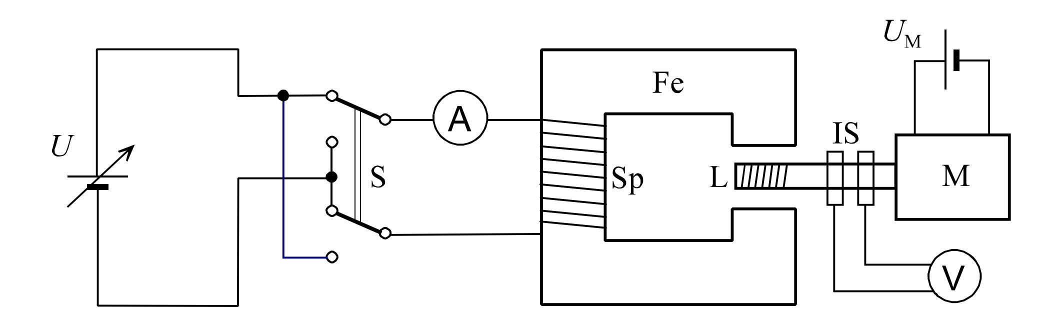


***Abb.3:** Versuchsaufbau*

U_M = 18 V wird eingeschaltet, die induzierte Spannung U'_{ind} gemessen.
Danach wird die Induktionsspule aus dem Luftspalt entfernt und die magnetische Induktion B' im Spalt mit der Hallsonde bestimmt. Anschließend wird der Polschuh wieder montiert und der Motor mit Induktionsspule in den Luftspalt geschoben.
Zur Aufnahme der Hysterese-Kurve muss zunächst ein definierter Anfangszustand des Eisenkerns (I = 0; Kurve $P_5 - P_6$) erreicht werden. Dies geschieht, indem man den Strom I **langsam** von 0 bis zum Maximum (500...600 mA) vergrößert, danach **langsam** wieder auf 0 bringt, die Stromrichtung umkehrt (Umschalter S) und die ganze Prozedur mit negativem Strom wiederholt.
Danach kann die Aufnahme der Hysterese-Kurve beginnen. Dazu wird die Stromrichtung wieder umgepolt, die Stromstärke von 0 bis zum Maximum in 50 mA-Schritten eingestellt und die jeweilige induzierte Spannung U_{ind} gemessen (Kurve $P_5 - P_6 - P_1$). In der gleichen Weise wird der Kurvenverlauf $P_1 - P_2 - P_3 - P_4$ sowie $P_4 - P_5$ ermittelt. Beim Einstellen der Stromstärke darf diese (außer am Maximum) **nur** vergrößert oder **nur** verringert werden.
Beachten Sie, dass bei der Magnetflussdichte B im Verlauf der Messreihe Vorzeichenwechsel auftreten (siehe Abb.1), die jedoch in der Messgröße U_{ind} (Effektivwert) nicht sichtbar werden. Sie müssen U_{ind} nach jedem Nulldurchgang ein geändertes Vorzeichen zuordnen.

5 Auswertung

5.1 Stellen Sie die Messgrößen grafisch dar: U_{ind} (mit Vorzeichen) als Funktion von I.

5.2 Berechnen Sie die Flussdichte B nach

$$B = B' \cdot \frac{U_{ind}}{U'_{ind}}, \tag{6}$$

und die Feldstärke im Eisen H_{Fe} nach Gleichung (5) und zeichnen Sie die Hysterese-Kurve $B(H)$.

5.3 Aus der Hysterese-Kurve sind die Remanente Flussdichte B_R und die Koerzitivfeldstärke H_C zu ermitteln. Aus dem Anstieg der Hysteresekurve sind entsprechend (2) die relativen Permeabilitäten μ_r im Maximum (Punkte P_3 und P_6) sowie in der Sättigung (Punkte P_1 und P_4) zu ermitteln.

6 Literatur

Gerthsen, Kneser, Vogel: Physik. Springer Verlag 1989

Wolfgang Demtröder: Experimentalphysik 2, Springer Verlag 2013

7 Kontrollfragen

7.1 Was versteht man unter Dia-, Para- und Ferromagnetismus?

7.2 Wie ist die Induktion einer Spannung in der Spule IS (Abb.3) zu erklären?

7.3 Was ist eine Hallsonde?

Leitfähigkeit von Elektrolyten E 8

1 Aufgabenstellung

1.1 Die Zellenkonstante K einer elektrolytischen Zelle ist zu bestimmen.

1.2 KCl -Lösungen verschiedener Konzentration sind herzustellen und ihre elektrische Leitfähigkeit σ ist zu bestimmen.

1.3 Die Äquivalentleitfähigkeit Λ der Lösungen ist zu berechnen.

2 Grundlagen

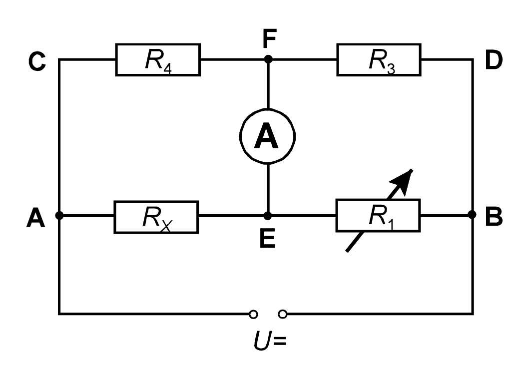


Abb.1: *WHEATSTONE-Brückenschaltung*

2.1 Für eine genaue Widerstandsmessung und für die Bestimmung von kleinen Wider ständen werden häufig Brückenschaltungen verwendet. Die Grundschaltung jeder Messbrücke ist die Wheatstone-Brücke (Abb.1).
Zwischen den Punkten A und B sowie zwischen C und D liegt die Spannung U an. Ohne Galvanometer zwischen den Messpunkten E und F wird das Potential in diesen Punkten durch die Verhältnisse $R_1 : R_X$ sowie $R_3 : R_4$ bestimmt (Spannungsteiler zwischen A und B sowie zwischen C und D).
Besteht zwischen E und F kein Potentialunterschied, so sagt man, Brücke ist abgeglichen. Über das Galvanometer (ein hochempfindliches Amperemeter) wird dann kein Strom fließen. In diesem Fall muss die folgende Bedingung erfüllt sein:

$$\frac{R_1}{R_X} = \frac{R_3}{R_4}\,. \tag{1}$$

Wenn zwischen E und F ein Potentialunterschied besteht, so fließt über das Galvanometer ein Strom. Das Prinzip der Brückenmessung besteht darin, durch Änderung der bekannten Widerstände R_1, R_3 und R_4 den abgeglichenen Zustand der Brücke zu finden. Die Größe des unbekannten Widerstandes R_X lässt sich dann nach (1) berechnen.
Soll eine Messbrücke mit Wechselstrom betrieben werden, so ist eine mögliche Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung zu berücksichtigen. Für den Brückenabgleich müssen in diesem Fall Betrag und Phase der Spannung zwischen E und F abgeglichen werden. Zu diesem Zweck wird die einfache Wheatstone-Schaltung durch zusätzliche Kapazitäten ergänzt, siehe Versuchsschaltung Abb.2.
Da die elektrolytische Zelle neben dem Widerstand R_x auch eine Kapazität C_x besitzt, müssen für den Abgleich der Brücke zwei Bedingungen erfüllt sein: der Amplitudenabgleich (1) und der Phasenabgleich

$$\frac{C_x}{C_1} = \frac{R_3}{R_4}\,. \tag{2}$$

(1) und (2) gelten gleichzeitig, wenn die Brücke vollständig abgeglichen ist.
Die Brückenschaltung in Abb.2 wird als Wien-Brücke bezeichnet. Sie kann nach Gl. (2) auch zur Messung von Kapazitäten eingesetzt werden.

2.2 Der elektrische Widerstand eines Leiters mit der Länge l und dem Querschnitt A ist

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}, \tag{3}$$

er wird neben den geometrischen Größen l und A durch eine Materialkonstante, den spezifischen elektrischen Widerstand ρ,

bestimmt. Der Kehrwert des elektrischen Widerstandes $G = 1/R$ heißt elektrischer Leitwert, seine SI-Einheit ist das Siemens: $[G] = 1/\Omega = \mathrm{S}$. Analog zu (3) schreibt man

$$G = \sigma \cdot \frac{A}{l}, \qquad (4)$$

$\sigma = 1/\rho$ heißt spezifische elektrische Leitfähigkeit und hat die Einheit $[\sigma] = \mathrm{S/m}$. Die Angabe eines Leitwertes ist insbesondere bei elektrisch leitenden Flüssigkeiten üblich.

Elektrolyte sind elektrisch leitende Flüssigkeiten, bei denen der Ladungstransport durch Ionen erfolgt.
Eine elektrolytische Zelle, die mit einem Elektrolyten gefüllt ist, hat den elektrischen Widerstand R. Für den elektrischen Leitwert G der Zelle schreibt man

$$G = \frac{1}{R} = \sigma \cdot \frac{1}{K}. \qquad (5)$$

In dieser Gleichung wurden gegenüber Gl. (4) die Größen A und l zur Zellkonstanten K zusammengefasst. Ihre Einheit ist $[K] = 1/\mathrm{m}$. Die Zellkonstante K wird nur vom Aufbau (Größe und Form) der elektrolytischen Zelle bestimmt, während die elektrische Leitfähigkeit σ nur von der Art des gelösten Stoffes, seiner Konzentration und von der Temperatur abhängt.
Die Leitfähigkeit von Elektrolyten steigt mit der Temperatur (wegen der thermischen Bewegung der Teilchen) und mit der Ionenkonzentration an. In stark verdünnten Salzlösungen ist die elektrische Leitfähigkeit zur Konzentration proportional.
Die Äquivalentleitfähigkeit Λ ist

$$\Lambda = \frac{\sigma}{c_q} \qquad (6)$$

wobei c_q die Äquivalentkonzentration (Normalität eines Elektrolyten) ist:

$$c_q = \frac{z \cdot n}{V} = \frac{m \cdot z}{M \cdot V} \qquad (7)$$

Dabei bedeuten: m = Masse, V = Volumen, M = Molmasse in g/mol, $n = m/M$ = Stoffmenge (Anzahl der Mole), z = Wertigkeit (Ladungszahl). Die SI-Einheit von Λ ist $\mathrm{S\,m^2/mol}$, die von c_q ist $\mathrm{mol/m^3}$, meist wird jedoch mol/l verwendet.
Die Äquivalentleitfähigkeit hängt im Allgemeinen sowohl vom Dissoziationsgrad als auch von der Konzentration ab. Durch elektrostatische Wechselwirkung behindern sich die wandernden Ionen gegenseitig. Daher nimmt die Äquivalentleitfähigkeit mit zunehmender Konzentration ab. Bei starker Verdünnung (→ große Abstände zwischen den Ionen) ist die Wechselwirkung vernachlässigbar, die Äquivalentleitfähigkeit vollständig dissoziierter Elektrolyte wird dann von der Konzentration unabhängig.

Zur Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit σ wird der Widerstand R_x der elektrolytischen Zelle gemessen. Aus (5) ergibt sich

$$\sigma = \frac{K}{R_x}. \qquad (8)$$

Die Zellkonstante K kann durch Messung eines Elektrolyten bekannter Leitfähigkeit (hier gesättigte NaCl-Lösung) ermittelt werden.
Die Leitfähigkeit von Elektrolyten muss grundsätzlich mit Wechselstrom gemessen werden, damit das Messergebnis nicht durch die Elektrodenpolarisation verfälscht wird.
Die Widerstände R_x der gefüllten elektrolytischen Zelle werden deshalb mit Hilfe einer Wechselstrombrücke (Abb.2) ermittelt.

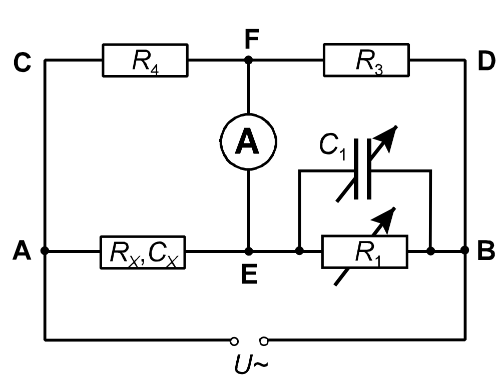


Abb.2: *Schaltung zur Leitfähigkeitsmessung in Elektrolyten (Wienbrücke).*

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- elektrolytische Zelle mit Halterung
- Generator 1 kHz
- Vielfachmesser
- Kurbelwiderstand (R_1)
- Kapazitätsdekaden (C_1)
- 2 Festwiderstände 100 Ω (R_3, R_4)
- Thermometer
- Flasche mit NaCl-Lösung
- Flasche mit KCl
- 3 Messzylinder 100 ml, 25 ml, 10 ml
- Becherglas, Trichter, Spatel, Glasstab

3.1 Als Spannungsquelle dient ein Wechselspannungs-Generator mit der festen Frequenz 1 kHz und einer Spannung von U_{eff} = 2 V. Für die Widerstände R_3 und R_4 werden zwei gleiche Festwiderstände mit je 100 Ω und für den Widerstand R_1 ein Kurbelwiderstand verwendet. Die Kapazität C_1 kann zwischen 0,1 nF und 10 µF variiert werden. Zur Anzeige des Brückenstromes dient ein empfindlicher Vielfachmesser mit veränderlichen Messbereichen.

4 Versuchsdurchführung

Die Brückenschaltung ist nach Abb.2 aufzubauen.

4.1 Bestimmung der Zellkonstante: Die elektrolytische Zelle wird mit der gesättigten NaCl-Lösung gefüllt, die Temperatur T der Lösung ist zu messen. Am Vielfachmesser wird zunächst ein unempfindlicher Messbereich (z.B. 100 mA) eingestellt; Generator und Vielfachmesser sind einzuschalten. Nun werden der Widerstand R_1 und die Kapazität C_1 abwechselnd verändert, bis der Brückenstrom ein Minimum erreicht, wobei die Messbereiche am Vielfachmesser immer empfindlicher geschaltet werden. Wenn die Brücke abgeglichen ist, sollte der Brückenstrom kleiner als 3 µA sein. Der dazugehörige Widerstand $R_1 = R_x$ (folgt aus (1), wenn $R_3 = R_4$) ist abzulesen und zu protokollieren.

Achtung! Nach jeder Widerstandsmessung muss am Vielfachmesser wieder ein unempfindlicher Messbereich eingestellt werden, damit beim Wechsel der Elektrolyte keine Überlastung des Messgerätes auftritt.

4.2 Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit von KCl-Lösungen der Konzentration 1N; 0,5N; 0,2N; 0,1N; 0,05N und 0,02N:
Zunächst werden 100 ml KCl-Lösung mit der Äquivalentkonzentration c_q = 1 mol/l (1N oder 1-normale Lösung) hergestellt. Die Molmasse von KCl beträgt 74,55 g/mol. Die erforderliche Menge KCl ist abzuwiegen und im Messzylinder in etwa 90 ml deionisiertem Wasser aufzulösen (Rühren mit Glasstab). Danach wird die Lösung mit deionisiertem Wasser auf 100 ml aufgefüllt.
Die elektrolytische Zelle ist mit dieser Lösung zu füllen, der dazugehörige Widerstand wird wie oben beschrieben gemessen. Die Temperatur der Lösung wird gemessen.
Anschließend wird die 1N KCl-Lösung zur weiteren Verwendung in einem Becherglas aufbewahrt; die Reste können nach Abschluss des Versuches entsorgt werden.
Je 100 ml KCl-Lösung der Konzentration 0,5N; 0,2N; 0,1N; 0,05N und 0,02N werden durch Verdünnung eines Teils der 1N KCl-Lösung hergestellt. Der Widerstand und die Temperatur dieser Lösungen in der elektrolytischen Zelle werden gemessen. Anschließend sind die Lösungen zu verwerfen.
Alle gemessenen Werte sind übersichtlich tabellarisch zu erfassen.

Hinweis:
Es muss sauber gearbeitet werden. Die elektrolytische Zelle und die Elektroden sind bei jedem Umfüllen sorgfältig zu spülen.
Die gesättigte NaCl-Lösung wird nach der Messung in die Vorratsflasche zurückgegossen.

5 Auswertung

5.1 Die Zellenkonstante K ist mittels (8) zu

berechnen. Die elektrische Leitfähigkeit σ der gesättigten NaCl-Lösung ist anhand der gemessenen Temperatur T einer Tabelle zu entnehmen.

5.2 Die elektrischen Leitfähigkeiten σ der KCl-Lösungen werden nach Gl. (8), die Äquivalentleitfähigkeiten Λ nach (6) berechnet.
Die Leitfähigkeit und die Äquivalentleitfähigkeit sind in Abhängigkeit von der Äquivalenkonzentration (Normalität) der KCl-Lösung grafisch darzustellen und zu diskutieren.

Tipp: Um die Konzentrationsabhängigkeit der Äquivalentleitfähigkeit klar von Messunsicherheiten zu unterscheiden, ist es empfehlenswert, letztere als Fehlerbalken zu jedem Punkt mit in die Grafik einzuzeichnen.

6 Literatur

Gerthsen, Kneser, Vogel: Physik. Springer Verlag 1989

Beier, W.; Pliquett, F.: Physik für das Studium der Medizin, Biowissenschaften, Veterinärmedizin, J.A.Barth, Leipzig 1987

7 Kontrollfragen

7.1 Erläutern Sie das Prinzip der Widerstandsmessung mit einer Brückenschaltung!

7.2 Was versteht man unter Amplitude und Phase eines Wechselstromes?

7.3 Wie wird die Äquivalentleitfähigkeit definiert, und welche Eigenschaft des gelösten Salzes wird hierüber charakterisiert?

Erdmagnetfeld E 15

1 Aufgabenstellung

Mit Hilfe historischer Messinstrumente (Erdinduktor, ballistisches Galvanometer) sind die Horizontalkomponente B_h und die Vertikalkomponente B_v des Erdmagnetfeldes sowie der Winkel der Inklination α zu bestimmen. Die Messungen sind mit Hilfe moderner computergestützter Messtechnik zu verifizieren.

2 Physikalische Grundlagen

Die Erde besitzt ein Magnetfeld, dessen Pole nicht exakt mit den geographischen Polen zusammenfallen (Abb. 1). Die Abweichung eines magnetischen Meridians vom entsprechenden geographischen Meridian heißt Deklination. Der Deklinationswinkel (auch Kompass-Missweisung), der sich mit der Zeit geringfügig ändert, kann bis zu 180° betragen. Er liegt in Mitteleuropa nahe 0° und beträgt in Halle etwa 2,5° östlich.
Die Feldlinien des Erdmagnetfeldes verlaufen nur in der Nähe des Äquators parallel zur Erdoberfläche, d. h. horizontal, während sie sonst unter einem spitzen Winkel - dem Inklinationswinkel α - gegen die Horizontale geneigt sind (Abb. 1).

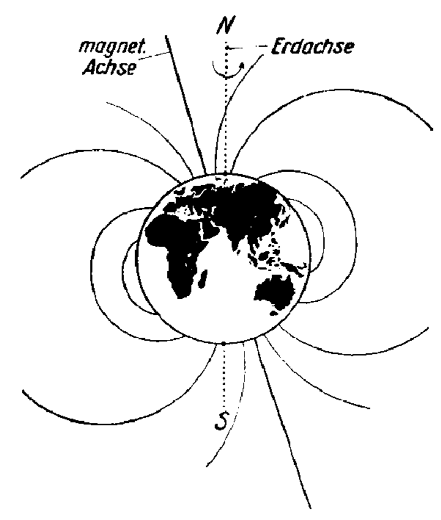


Abb.1: *Magnetfeld der Erde*

Die magnetische Induktion der Erdfeldes besitzt also im Allgemeinen eine Horizontalkomponente B_h und eine Vertikalkomponente B_v. Der Inklinationswinkel ergibt sich aus

$$\tan\alpha = \frac{B_v}{B_h}. \qquad (1)$$

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:
- Erdinduktor
- Kompass
- Spiegelgalvanometer mit ballistischer Einrichtung
- Dekadenwiderstände 1Ω und 10 Ω
- 2 Stative mit Fernrohr und Skale
- Blei-Akku (ca. 2 V)
- Kondensator 20,0 μF
- Umschalter
- Vielfachmesser
- Sensor-Cassy mit Verstärker-Box
- Computer
- Verbindungsleitungen

3.1 Zur Messung des Erdmagnetfeldes wird ein Erdinduktor nach W. E. Weber (1804-1891) verwendet. Er besteht aus einer Spule, die wahlweise um eine vertikale oder um eine horizontale Achse um 180° gedreht werden kann (Abb. 2). Bei einer solchen Drehung im Erdmagnetfeld ändert sich der magnetische Fluss durch die Spule, so dass ein Spannungsstoß $\int U\,dt$ induziert wird. Aus dem Induktionsgesetz folgt

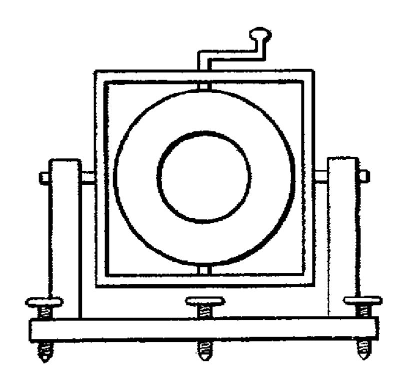


Abb.2: *Erdinduktor, schematisch*

$$\int U\,dt = 2NAB \qquad (2)$$

(N: Windungszahl der Spule, A: Querschnittsfläche), wobei B die Komponente der magnetischen Flussdichte parallel zur Spulenachse ist.

3.2 Fließt durch ein Galvanometer kein konstanter Strom sondern nur ein kurzer Stromimpuls $I{\cdot}\Delta t$, so erhält die Drehspule dadurch einen Drehimpuls und vollführt infolge ihrer Trägheit und der rücktreibenden Federkraft gedämpfte Schwingungen. Wenn die Dauer des Impulses deutlich kleiner als ¼ Periode einer Schwingung ist, so wird der erste Ausschlag (Differenz zwischen Ruhelage und erstem Umkehrpunkt der Schwingung) unabhängig von der Dauer proportional zur transportierten Ladung $Q = I{\cdot}\Delta t$. Hierfür geeignete Galvanometer (mit großer Schwingungsdauer) heißen ballistische oder Stoßgalvanometer; sie wurden früher zur Messung von Strom- und Spannungsstößen verwendet. Es gilt

$$\begin{aligned}\int U\,dt &= \left(R_i + R_G\right)\int I\,dt \\ &= \left(R_i + R_G\right)Q\end{aligned} \qquad (3)$$

(R_i: Innenwiderstand des Erdinduktors, R_G: Innenwiderstand des Galvanometers). Der erste Galvanometerausschlag ist

$$a = k\cdot Q. \qquad (4)$$

Für reproduzierbare und schnelle Messungen wird die Dämpfung des Galvanometers so eingestellt, dass gerade der aperiodische Grenzfall erreicht wird. Dies wird normalerweise durch Reihen- oder Parallelschaltung eines zusätzlichen Widerstandes R_D zum Galvanometer erreicht. Das hier verwendete Galvanometer besitzt zwei getrennte Spulenwicklungen (ca. 5 Ω und 50 Ω). Das hat den Vorteil, dass die Dämpfung durch die für die Messung nicht benötigte Wicklung erfolgen kann und für die Messung so die maximale Empfindlichkeit zur Verfügung steht. Die Messanordnung zeigt Abb. 3.

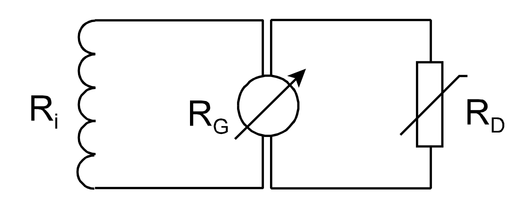


Abb.3: Schaltung zur Messung des Spannungsstoßes

3.3 Die Kalibrierung des ballistischen Galvanometers erfolgt durch Messung der bekannten Ladung eines Kondensators mit Hilfe der Schaltung nach Abb. 4. Der Galvanometerausschlag ist

$$a' = k \cdot Q' = k \cdot C \cdot U \,. \tag{5}$$

Aus den Gleichungen (2-5) ergibt sich:

$$B = \frac{(R_i + R_G)\, C U}{2\, N\, A} \, \frac{a}{a'} \,. \tag{6}$$

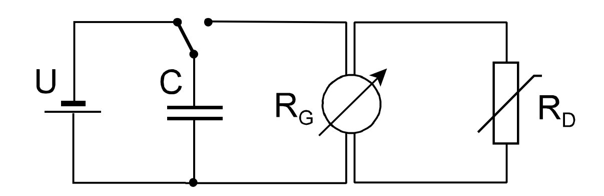


Abb.4: Schaltung zur Kalibrierung des Galvanometers

3.4 Mit dem Sensor-Cassy wird die im Erdinduktor induzierte Spannung direkt in Abhängigkeit von der Zeit gemessen. Der Spannungsstoß (3) ergibt sich daraus durch Integration.

4 Versuchsdurchführung

Die historischen Instrumente sind wertvolle Unikate. Gehen Sie sorgsam damit um! Das Galvanometer ist nach Ende der Messungen wieder zu arretieren!

4.1 Die Schaltung nach Abb.3 ist aufzubauen. Für die Messung der Induktionsspannung wird die 5Ω-Wicklung des Galvanometers verwendet, der Dämpfungswiderstand R_D (Dekadenwiderstände) ist an die 50Ω-Wicklung anzuschließen.

Der Erdinduktor wird mit Hilfe des Kompasses so ausgerichtet, dass die horizontal gestellte Drehachse in Nord-Süd-Richtung zeigt. Die Arretierung des Galvanometers wird gelöst, das Ablesefernrohr und die beleuchtete Skale werden so justiert, dass im Galvanometerspiegel etwa die Mitte der Skale scharf zu sehen ist.

Nun wird der Galvanometerausschlag a_V für die Vertikalkomponente bestimmt, indem man die Spule um die horizontale Drehachse zügig von Anschlag zu Anschlag um 180° dreht. Die Messung ist mehrfach zu wiederholen, wobei der Dämpfungswiderstand schrittweise verstellt wird, bis der aperiodische Grenzfall erreicht ist. Am besten geht man dabei vom Schwingungsfall (R_D groß) aus und verringert R_D langsam, bis die Anzeige gerade nicht mehr über die Ruhelage hinaus schwingt. Im abgeglichenen Zustand ist a_V mindestens dreimal zu messen.

Anschließend wird die Spulenachse senkrecht gestellt und der Ausschlag für die Horizontalkomponente wird ebenfalls mindestens dreimal gemessen.

Zur Bestimmung der ballistischen Empfindlichkeit ist die Schaltung nach Abb.4 aufzubauen, dabei ist auf richtige Polung des Elektrolyt-Kondensators zu achten. Mit Hilfe des Schalters wird der Kondensator erst geladen und dann über das Galvanometer entladen. Da in dieser Schaltung die Galvanometerdämpfung durch die Induktionsspule entfällt, muss der aperiodischen Grenzfall mit Hilfe des Dämpfungswiderstandes R_D neu eingestellt werden. In justiertem Zustand ist der Ausschlag a' mindestens dreimal zu bestimmen.

Die Spannung des Akkus und die Summe der Widerstände $R_i + R_G$ werden mit dem Vielfachmesser bestimmt. Für die Berechnung der mittleren Querschnittsfläche A der Induktionsspule sind deren Innen- und Außendurchmesser d_i und d_a zu messen.

4.2 Die im Erdinduktor induzierte Spannung bei Drehung der Spule um die vertikale und horizontale Achse ist mit Hilfe des Sensor-Cassy in Abhängigkeit von der Zeit zu mes-

sen. Hierzu wird das Programm CassyLab gestartet, der mit der Verstärker-Box bestückte Eingang aktiviert sowie Messbereich und Messintervall geeignet eingestellt. Alle Messungen werden wenigstens zweimal durchgeführt. Der Spannungsstoß $\int U\,\mathrm{d}t$ ist durch Integration („Peakfläche“) in CassyLab zu ermitteln

5 Auswertung

Die Horizontalkomponente B_h und die Vertikalkomponente B_v der magnetischen Induktion der Erdfeldes sind nach den Gleichungen (6) bzw. (2) zu berechnen. Dabei sind $N = 100$ und $C = 20{,}0\ \mu\mathrm{F} \pm 2\%$. Der mittlere Querschnitt der Induktionsspule ergibt sich aus d_i und d_a zu

$$A = \frac{\pi}{12}\left(d_i^{\,2} + d_i d_a + d_a^{\,2}\right). \qquad (7)$$

Der Inklinationswinkel ist zu berechnen.
Die mit den beiden Verfahren ermittelten Werte sind zu vergleichen und eventuelle Abweichungen sind zu diskutieren.
Referenzwerte finden sich z.B. im Internet.

Richtung und Größe des Erdmagnetfeldes können in Gebäuden mit Eisenteilen und elektrischen Leitungen beträchtlich von den ungestörten Werten abweichen.

6 Literatur

Grimsehl: Lehrbuch der Physik Bd.2. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft

Gerthsen, Kneser, Vogel: Physik. Springer Verlag 1989

http://www.gfz-potsdam.de/portal/-?$part=CmsPart&docId=1346494

Wikipedia: ↗Erdmagnetfeld

Fadenstrahlrohr E 28

1 Aufgabenstellung

Die spezifische Ladung e/m des Elektrons ist mit Hilfe des Fadenstrahlrohres zu bestimmen.

2 Physikalische Grundlagen

Unter der spezifischen Ladung eines Elektrons versteht man das Verhältnis der Ladung e des Elektrons (Elementarladung) zu seiner Masse m. Dieses Verhältnis e/m kann aus der Ablenkung von Elektronenstrahlen im magnetischen Feld bestimmt werden. Da sich die Elementarladung mit Hilfe des MILLIKAN-Versuches messen lässt, kann somit die Masse des Elektrons bestimmt werden.
Im Fadenstrahlrohr geht von der Kathode durch Glühemission ein Elektronenstrahl (Fadenstrahl) aus. Die Elektronen werden in einem elektrischen Feld zwischen Kathode und Anode beschleunigt, so dass sie nach dem Durchgang durch ein Loch in der Anode die Geschwindigkeit v haben. Aus dem Energieerhaltungssatz folgt:

$$\frac{m}{2}\cdot v^2 = eU \qquad (1)$$

wobei U die an die Anode angelegte Spannung ist. Ist die Bewegungsrichtung der Elektronen senkrecht zur Richtung eines homogenen Magnetfeldes, das von einem HELMHOLTZ-Spulenpaar erzeugt wird, so werden die Elektronen durch die LORENZkraft

$$F = e\cdot v\cdot B \qquad (2)$$

auf eine Kreisbahn mit dem Radius r abgelenkt. B ist die magnetische Induktion des

Feldes. Die LORENZkraft steht senkrecht zur Bewegungsrichtung, so dass zwischen ihr und der Zentrifugalkraft Gleichgewicht besteht:

$$\frac{mv^2}{r} = e \cdot v \cdot B\,. \tag{3}$$

Aus den Gleichungen (1) und (3) folgt

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 \cdot B^2}\,. \tag{4}$$

Unter einem HELMHOLTZ-Spulenpaar versteht man eine Anordnung von zwei kurzen dünnen Spulen, deren Abstand etwa gleich ihrem Radius ist. Im Inneren ist das Magnetfeld weitgehend homogen. Die Induktion in der Mitte zwischen den Spulen beträgt

$$B = \mu_0 \cdot N \cdot I \cdot \frac{R^2}{\left(\frac{A^2}{4} + R^2\right)^{3/2}}\,. \tag{5}$$

Dabei bedeuten: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am die magnetische Feldkonstante (Induktionskonstante), N die Windungszahl der Spulen, I der Strom durch die Spulen, R der mittlere Radius der Spulen und A der mittlere Abstand zwischen den beiden Spulen.
Für $A = R$ wird aus (5)

$$B = \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{R}\,. \tag{6}$$

Die Bahn der Elektronen ist im Fadenstrahlrohr sichtbar, weil die Röhre eine kleine Menge Neon enthält (ca. 1,3 Pa). Die Elektronen stoßen mit den Gasatomen zusammen und regen diese zur Lichtaussendung an.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Fadenstrahlrohr mit Sockel
- HELMHOLTZ-Spulenpaar (Windungszahl $N = 124$, Drahtstärke d = 1,5 mm, mittlerer Spulenradius $R \approx 148$ mm, mittlerer Abstand A ≈ 150 mm)
- Röhren-Stromversorgungsgerät
- Stromversorgungsgerät für HELMHOLTZ-Spulen (30 V, 5 A)
- 2 Vielfachmessgeräte
- Sicherheits-Messleitungen
- Messleitungen
- Teslameter mit Hallsonde

3.1 Zwischen den beiden HELMHOLTZ-Spulen befindet sich das Fadenstrahlrohr, das auf ein Gehäuse mit Fassung aufgesteckt ist. Das Elektrodensystem des Fadenstrahlrohres (siehe Abb.1) besteht aus einer indirekt beheizten Oxidkathode, einem Wehneltzylinder zur Abschirmung und Strahlfokussierung und einer mit einem Loch versehenen Anode. Über dem Elektrodensystem befinden sich in Abständen von jeweils 20 mm Markierungen zur genauen Einstellung des Kreisdurchmessers des Elektronenstrahles.
Heizspannung (+6…11V), Wehneltspannung (0…-30V) und Anodenspannung (0…+500V) für das Fadenstrahlrohr werden entsprechend Abb.1 dem Röhren-Stromversorgungsgerät entnommen. Die Helmholzspulen werden mit 0…5 A Gleichstrom betrieben. Die Hallsonde dient zur Messung der Stärke und Homogenität des Magnetfeldes.

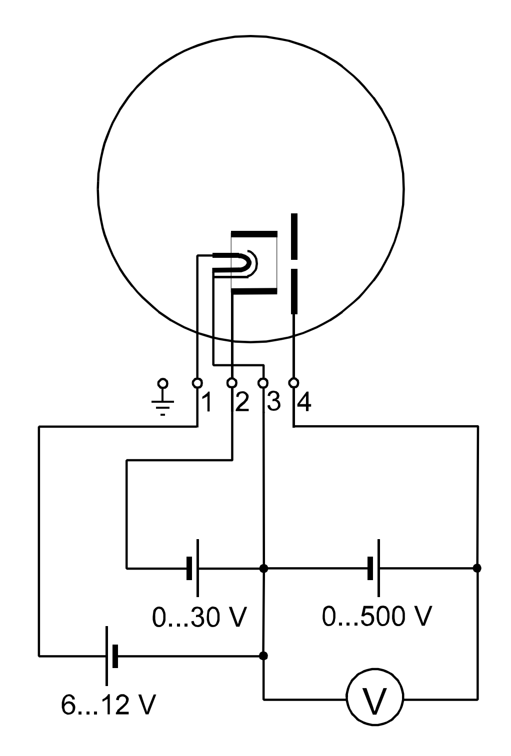


***Abb.1:** Elektrische Beschaltung des Fadenstrahlrohres. 1: Heizung, 2: Wehneltzylinder, 3: Kathode, 4: Anode*

4 Versuchsdurchführung

Das Fadenstrahlrohr ist teuer, gehen Sie vorsichtig damit um! Für alle Anschlüsse an das Röhren-Stromversorgungsgerät sind Sicherheitsleitungen zu verwenden!

4.1 In eine Vorversuch werden zunächst die Stärke des Magnetfeldes in Abhängigkeit vom Strom und seine Homogenität gemessen. Die beiden Magnetspulen werden in Reihe an das Netzgerät 30V/5A angeschlossen. Achten Sie auf gleiche Stromrichtung in den Spulen! Zur Strommessung wird ein Vielfachmesser verwendet, da dieser genauer ist als die Anzeige des Netzgerätes.
Messen Sie mit Hilfe der Hallsonde das Magnetfeld in der Mitte zwischen den Helmholtzspulen in Abhängigkeit vom Strom für I = 0…5 A (etwa 10 Messpunkte). Der Sensorchip muss dabei genau senkrecht zum Magnetfeld gerichtet sein (nach Augenmaß).
Klemmen Sie ein Lineal senkrecht in der Mitte zwischen den Spulen fest und messen Sie bei I = 3 A das Magnetfeld im Bereich von etwa 12 cm unter bis 12 cm über der Mitte der Spulenanordnung alle 2 cm.
Bestimmen Sie außerdem den Abstand A und den Durchmesser $2R$ beider Helmholtzspulen an wenigstens drei verschiedenen Stellen. (Gl.(5) gilt für Spulen mit vernachlässigbarem Querschnitt, es ist also von Mitte bis Mitte der Wicklungen zu messen!).

4.2 Das Fadenstrahlrohr wird zwischen die Magnetspulen gestellt und entsprechend Abb.1 angeschlossen. Der Erdungsanschluss wird mit dem Schutzleiter (am 5A-Stromversorgungsgerät) verbunden; hierfür ist das gelb-grüne Kabel zu verwenden.
Anodenspannung, Spulenstrom und Heizspannung sind so einzurichten, dass ein kreisförmiger Elektronenstrahl sichtbar wird, der mit Hilfe der Wehneltspannung fokussiert wird. (Der Heizstrom wird durch eine Sicherung abgeschaltet, wenn der auf dem Röhrensockel notierte Schwellwert überschritten wird.)
Für die Beschleunigungsspannungen U = 150 V, 200, 300 V und 400 V sind jeweils die Kreisdurchmesser $2r$ = 40 mm, 60 mm, 80 mm und 100 mm einzustellen und der zugehörige Magnetstrom ist zu messen.

5 Auswertung

5.1 Aus Gleichung (5) folgt

$$B = K \cdot I\,. \tag{7}$$

Die Konstante K ist aus den gemessenen Werten für R und A zu berechnen.
Die Magnetflussdichte B ist in Abhängigkeit vom Strom I grafisch darzustellen. Bestimmen Sie K als Anstieg der Kurve und vergleichen Sie diesen Wert mit dem aus der Spulengeometrie berechneten Wert.
Zeichnen Sie die Ortsabhängigkeit des Magnetfeldes in radialer Richtung, indem Sie die Größe $B(x)/B(x{=}0)$ in Prozent grafisch darstellen.

5.2 Für alle Messungen ist die Magnetflussdichte B aus dem Spulenstrom zu berechnen und e/m nach Gl. (4) zu bestimmen.
Als Ergebnis ist der Mittelwert aus allen Einzelmessungen anzugeben. Diskutieren Sie systematische Fehler in der Messanordnung und führen Sie eine Fehlerrechnung durch!

6 Literatur

W. Schenk, F. Kremer: Physikalisches Praktikum. Teubner+Vieweg Verlag 2011

Gerthsen, Kneser, Vogel: Physik. Springer Verlag

7 Kontrollfragen

7.1 Welche Kräfte üben elektrische und magnetische Felder auf die Elektronen aus?

7.2 Wie berechnet man das Magnetfeld einer Ringspule?

7.3 Was passiert, wenn man den Restgasdruck in der Röhre ändert?

Wechselstromkreis E 31

1 Aufgabenstellung

1.1 Bestimmung von Phasenverschiebungen zwischen Strom und Spannung im Wechselstromkreis

1.2 Aufbau und Untersuchung einer Siebkette

2 Physikalische Grundlagen

In einem Wechselstromkreis (Abb.1) befinde sich eine Spannungsquelle mit der Wechselspannung U:

$$U = \hat{U} \cdot \cos \omega t \,. \qquad (1)$$

Ist im Stromkreis ein Bauelement mit dem Wechselstromwiderstand Z (z.B. ein Kondensator oder eine Spule oder ein Widerstand), so fließt ein Wechselstrom I:

$$I = \hat{I} \cos(\omega t + \varphi) \,. \qquad (2)$$

Es bedeuten: $\hat{I}$ und $\hat{U}$ die Scheitelwerte (Amplituden) von Strom und Spannung, t die Zeit; φ eine möglicherweise auftretende Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung, $\omega = 2\pi f$ die Kreisfrequenz und f die Frequenz.
Die im Wechselstromkreis (Abb.1) eingezeichneten Messinstrumente zeigen i. A. die Effektivwerte von Strom I_{eff} und Spannung U_{eff} an. Die Effektivwerte sind quadratische Mittelwerte von I bzw. U, und es gilt:

$$\hat{I} = \sqrt{2} \cdot I_{eff} \,, \quad \hat{U} = \sqrt{2} \cdot U_{eff} \,. \qquad (3)$$

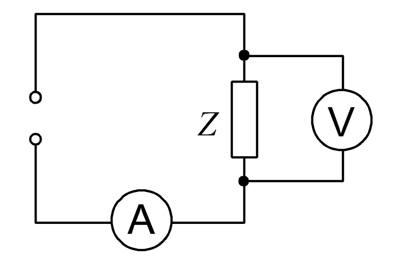


Abb. 1: *Wechselstromkreis*

Der Mittelwert der Leistung P im Wechselstromkreis ist:

$$P = \frac{1}{2} \hat{U} \hat{I} \cos\varphi = U_{eff} I_{eff} \cos\varphi \,. \qquad (4)$$

Ist das passive Bauelement im Stromkreis ein Kondensator mit der Kapazität C, so ist

$$Q = C \cdot U \,, \quad I = \mathrm{d}Q/\mathrm{d}t \,. \qquad (5)$$

Aus (1) und (5) ergibt sich:

$$\begin{aligned} I &= -\hat{U} \omega C \sin \omega t \\ &= \hat{U} \omega C \cos(\omega t + \pi/2) \,. \end{aligned} \qquad (6)$$

Der Vergleich der Gleichungen (6) und (2) liefert:

$$\hat{I} = \hat{U} \omega C \,, \quad \varphi_C = \pi/2 \,. \qquad (7)$$

Zwischen dem Strom und der angelegten Spannung besteht also eine Phasenverschiebung von $\pi/2 = 90°$, und zwar eilt der Strom der Spannung voraus. Der Quotient

$$\frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = X_C \qquad (8)$$

ist der Wechselstromwiderstand (kapazitiver Blindwiderstand) eines Kondensators. Aus (7) und (8) folgt:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \,. \qquad (9)$$

Ist das passive Bauelement im Stromkreis (Abb.1) eine Spule mit der Induktivität L (der ohmsche Widerstand der Spule werde vernachlässigt), so ist:

$$U = L \cdot \mathrm{d}I/\mathrm{d}t \,. \qquad (10)$$

Aus (1), (2) und (10) ergibt sich:

$$U = -\hat{I} \omega L \sin(\omega t + \varphi) \,. \qquad (11)$$

Aus dem Vergleich der Gleichungen (1) und (11) folgt:

$$\hat{U} = \hat{I}\,\omega L\,, \quad \varphi_L = -\pi/2\,. \qquad (12)$$

Zwischen dem Strom und der angelegten Spannung besteht also eine Phasenverschiebung von -π/2 = -90°, es eilt die Spannung dem Strom voraus. Der Quotient

$$\frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = X_L \qquad (13)$$

ist der Wechselstromwiderstand (induktiver Blindwiderstand) einer Spule.
Nach (12) und (13) ist

$$X_L = \omega \cdot L\,. \qquad (14)$$

Befindet sich in einem Wechselstromkreis eine Reihenschaltung von Spule (L) und Widerstand (R), so besteht aufgrund der oben genannten Phasenverschiebung φ_L folgende Beziehung zwischen den Effektivwerten (bzw. Scheitelwerten) der angelegten Spannung (Gesamtspannung) U, der Spannung U_L an der Spule und dem Spannungsabfall U_R am Widerstand:

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2\,. \qquad (15)$$

Diese Beziehung ist in Abb.2 als Zeigerdiagramm dargestellt. Der Phasenwinkel φ für die Reihenschaltung in Abb.2 gibt die Phasenverschiebung zwischen der angelegten Spannung U (Gesamtspannung) und dem Strom I an, da in einem ohmschen Widerstand R Strom und Spannung in Phase sind ($\varphi_R = 0$).
Entsprechend den Definitionen (8) und (13) für die Wechselstromwiderstände von Kondensatoren und Spule gilt für den gesamtwiderstand (Scheinwiderstand) Z der Reihenschaltung :

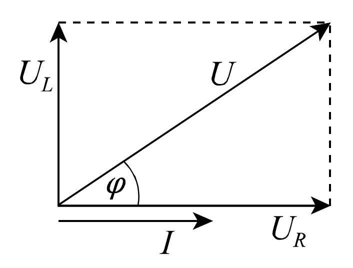


Abb. 2: *Zeigerdiagramm zu Gleichung (15)*

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}\,. \qquad (16)$$

Für die Beziehung zwischen den Wechselstromwiderständen ergibt sich dann:

$$Z^2 = R^2 + X_L^2\,, \qquad (17)$$

Abb.3 zeigt das dazugehörige Zeigerdiagramm.

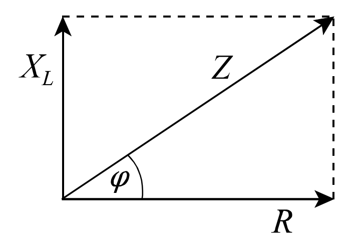


Abb. 3: *Zeigerdiagramm zu Gleichung (17)*

Aus den Abbildungen (2) und (3) folgen die Gleichungen:

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U}\,, \quad \tan\varphi = \frac{\omega L}{R}\,. \qquad (18)$$

Befindet sich im Wechselstromkreis eine Reihenschaltung von Kondensator C und Widerstand R, so ergibt sich analog zu den vorhergehenden Betrachtungen:

$$U^2 = U_R^2 + U_C^2 \qquad (19)$$

$$Z^2 = R^2 + X_C^2 \qquad (20)$$

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U}\,, \quad \tan\varphi = \frac{1}{\omega C R}\,. \qquad (21)$$

Die Abbildungen (4) und (5) enthalten die entsprechenden Zeigerdiagramme.
Mit Hilfe der Gleichungen (18) und (21) können also Phasenverschiebungen φ zwischen dem Strom I und der angelegten Spannung U berechnet werden.

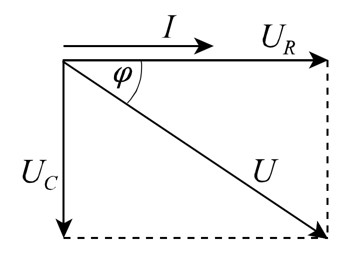


Abb. 4: *Zeigerdiagramm zu Gleichung (19)*

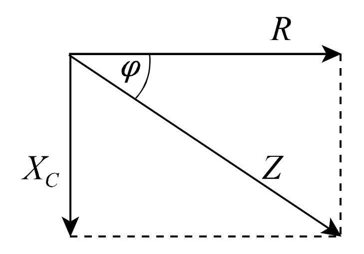


Abb. 5: Zeigerdiagramm zu Gleichung (20)

Eine andere Möglichkeit zur Bestimmung von Phasenverschiebungen zwischen zwei Schwingungen gleicher Frequenz besteht in der senkrechten Überlagerung dieser beiden Schwingungen (Lissajous-Figuren). Das Überlagerungsbild der beliebigen Phasenwinkel ergibt Ellipsen mit verschiedenen Schräglagen (Abb.6). Der Phasenwinkel φ errechnet sich aus:

$$\sin\varphi = \frac{Y_1}{Y_2} \,. \tag{22}$$

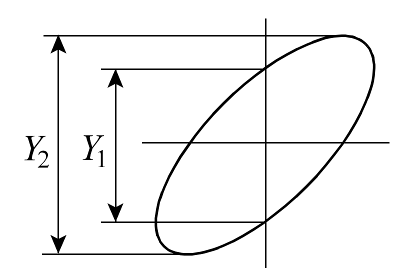


Abb. 6: Lissajous-Figur zweier phasenverschobener Wechselspannungen

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Generator 1 kHz
- Oszilloskop (siehe Anhang)
- 2 Spannungsmesser
- Schalttafel für Siebkette
- verschiedene Bauelemente
- Verbindungsleitungen

3.1 Für die Messung wird eine Schaltung nach der Abb.7 verwendet. Der Winkel φ der Phasenverschiebung zwischen der Gesamtspannung U und dem Strom I soll nach vier verschiedenen Verfahren bestimmt werden:

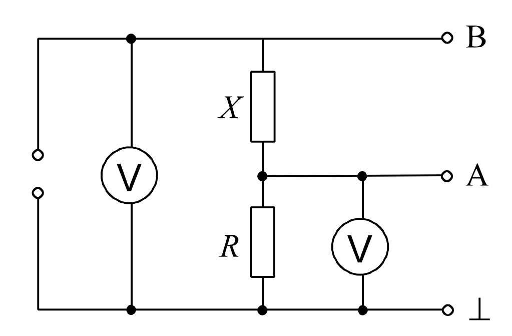


Abb. 7: Schaltung zur Bestimmung der Phasenverschiebung

3.1.1 aus der Messung der angelegten Gesamtspannung U und der Wechselspannung U_R am Widerstand R, die dem Strom I proportional ist,

3.1.2 aus der Darstellung der beiden Wechselspannungen auf dem Oszilloskop,

3.1.3 aus der senkrechten Überlagerung der beiden Schwingungen (Lissajous-Figuren),

3.1.4 aus den Daten der Bauelemente (Berechnung nach den Gl. (18) und (19)).

3.2 Als Anwendung der Wirkung der Bauelemente L und C im Wechselstromkreis wird eine Siebkette nach Abbildung 8 aufgebaut.

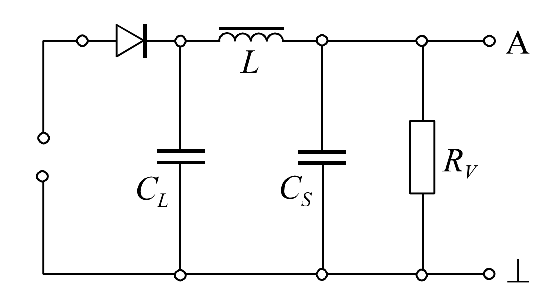


Abb. 8: Schaltung der Siebkette

4 Versuchsdurchführung

Lesen Sie zur Vorbereitung die „Kurzanleitung zum Oszilloskop" im Anhang.

4.1 Die Schaltung nach Abbildung 7 ist aufzubauen. Als Spannungsquelle dient der Generator mit einer Ausgangsspannung von U_{eff} = 5 V und einer Frequenz von 1 kHz. Für

R wird ein Widerstand von 1 kΩ eingesetzt, für X werden als Bauelemente nacheinander ein Widerstand von 2 kΩ, ein Kondensator mit $C = 0{,}1$ µF und eine Drosselspule mit $L = 0{,}1$ H eingebaut.

4.1.1 Die Effektivwerte der angelegten Gesamtspannung U und der Wechselspannung U_R am Widerstand R sind für die drei Bauelemente zu messen.

4.1.2 Die Spannungsmesser werden aus der Schaltung entfernt. Die Buchse A wird mit dem Eingang CH I und die Buchse B mit dem Eingang CH II des Oszilloskops verbunden; die Masse-Buchsen (⊥) sind ebenfalls zu verbinden. Auf dem Oszilloskop werden die angelegte Wechselspannung U und die Wechselspannung am Widerstand R, die dem Strom I proportional ist, gleichzeitig dargestellt, so dass die Phasenverschiebung φ zwischen der Gesamtspannung U und dem Strom I abgelesen werden kann. Dieses wird für alle drei Bauelemente X durchgeführt.

4.1.3 Die Schaltung von 4.1.2. wird beibehalten. Das Oszilloskop ist so einzurichten, dass eine der beiden Wechselspannungen an den Y-Platten und die andere an den X-Platten anliegt. Die Abschnitte Y_1 und Y_2 der Ellipsen auf dem Bildschirm (vergl. Abb.6) sind für die Bauelemente C und L zu vermessen.

4.2 Für die Siebkette (Abb.8) werden folgende Bauelemente verwendet:
Gleichrichter,
Verbraucherwiderstand $R_V = 10$kΩ,
Ladekondensator $C_L = 0{,}1$ µF,
Siebkondensator $C_S = 4$ µF und
Drosselspule $L = 10$ H.
Als Spannungsquelle dient der Generator mit einer Ausgangsspannung von $U_{eff} = 5$ V und einer Frequenz von 1 kHz. Der Spannungsverlauf am Verbraucherwiderstand R_V wird auf dem Bildschirm des Oszilloskops sichtbar gemacht, dabei sollte die Eingangskopplung auf DC stehen.
Zunächst ist R_V einzubauen; die Buchsen für den Gleichrichter und für die Drosselspule sind kurzzuschließen; die Spannung ist anzulegen. Dann werden nacheinander der Gleichrichter, der Ladekondensator C_L, der Siebkondensator C_S und die Drosselspule L in die Siebkette eingebaut. Die Schirmbilder nach dem jeweiligen Einbau dieser Bauelemente sind zu skizzieren.

5 Auswertung

5.1.1 Für die Bauelemente C und L wird der Phasenwinkel φ anhand der Messwerte von U und U_R nach den Gleichungen (18) und (21) berechnet.

5.1.2 Für alle drei Bauelemente wird der Phasenwinkel φ anhand der jeweiligen Darstellung der beiden Wechselspannungen auf dem Bildschirm ermittelt. Dabei kann der Phasenwinkel aus der Verschiebung der beiden Kurven zueinander im Vergleich zur Länge einer ganzen Schwingung (= 360°) bestimmt werden.

5.1.3 Für die Bauelemente C und L wird der Phasenwinkel φ anhand der Messwerte von Y_1 und Y_2 nach der Gleichung (22) berechnet.

5.1.4 Der Phasenwinkel φ wird anhand der Daten der Bauelemente C, L, und R sowie der Frequenz f nach den Gleichungen (18) und (21) errechnet. Alle ermittelten Werte für die Phasenverschiebungen sind in einer Tabelle zusammenzufassen.

5.2 Die Skizzen der Schirmbilder für die Wirkung der einzelnen Bauelemente in der Siebkette sind zu beschreiben.

6 Literatur

Bergmann Schaefer: Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 2

W. Schenk, F. Kremer: Physikalisches Praktikum. Teubner+Vieweg Verlag 2011

7 Kontrollfragen

7.1 Wie ist der Effektivwert definiert und warum ist diese Definition sinnvoll?

7.2 Erläutern Sie die komplexe und die Zeigerdarstellung von Wechselstromgrößen!

7.3 Wie ist ein Oszilloskop aufgebaut? Was kann man damit alles messen?

Meißner-Generator E 36

1 Aufgabenstellung

1.1 Dämpfung und Eigenfrequenz eines Parallelschwingkreises sind zu bestimmen, die Resonanzkurve ist aufzunehmen.

1.2 Ein MEIßNER-Generator ist aufzubauen und seine Eigenfrequenz zu ermitteln.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Wird einem elektrischen Schwingkreis, bestehend aus einem Kondensator mit der Kapazität C und einer Spule mit der Induktivität L (Abb.1), kurzzeitig elektrische Energie zugeführt, so treten im Schwingkreis elektrische Schwingungen auf.

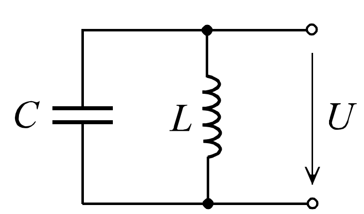


Abb. 1: idealer L-C-Parallelschwingkreis

Die elektrische Energie fließt ständig zwi schen Spule und Kondensator hin und her. Nach dem Maschensatz ist die Spannung U an Spule und Kondensator zu jedem Zeitpunkt gleich groß. Der Entladestrom des Kondensators ist

$$I = -\dot{Q} = -C \cdot \dot{U} , \qquad (1)$$

der Spannungsabfall an der Spule ist

$$U = L \cdot \dot{I} . \qquad (2)$$

Differenziert man (1) und setzt in (2) ein, so erhält man die Differentialgleichung

$$\ddot{U} + \frac{1}{LC} U = 0 \qquad (3)$$

für die ungedämpfte Schwingung

$$U(t) = U_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) \qquad (4)$$

mit der Eigen(kreis-)frequenz

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} . \qquad (5)$$

Infolge unvermeidlicher Energieverluste durch Abstrahlung und ohmsche Widerstände nimmt in der Praxis die Amplitude der Schwingung ab - sie wird gedämpft.
Bei nicht zu hohen Frequenzen muss man lediglich ohmsche Verluste berücksichtigen und erhält die Ersatzschaltung eines realen (RLC-) Schwingkreises in Abb.2.
Dabei werden die Leitungswiderstände im Schwingkreis und der Innenwiderstand der Spule zum Serienwiderstand R_S zusammengefasst; der Parallelwiderstand R_P wird durch den Isolationswiderstand des Kondensators und (bei dieser Art der Anregung hauptsächlich) durch den Innenwiderstand des Generators gebildet.
Mit den in Abb.2 gekennzeichneten Richtungen der Spannung und der Teilströme gilt

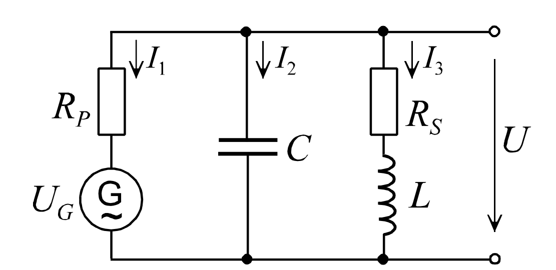


Abb. 2: Realer Schwingkreis mit Generator G *zur Anregung erzwungener Schwingungen*

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$
$$I_1 = \frac{U - U_G}{R_P} \qquad (6)$$
$$I_2 = C \cdot \dot{U}$$

und

$$U = I_3 R_S + L \cdot \dot{I}_3 \,. \qquad (7)$$

Im Weiteren wird zur Vereinfachung nur der Fall $R_S = 0$ betrachtet, dies ist für die Versuchsanordnung näherungsweise zutreffend.

Die Generatorspannung habe die Form

$$U_G = U_0 \cdot \sin \omega t \,. \qquad (8)$$

Durch Umstellen von (6) nach I_3, differenzieren und Einsetzen in (7) und kommt man zu der bekannten Differentialgleichung für erzwungene, gedämpfte Schwingungen

$$\ddot{U} + 2\delta \dot{U} + \omega_0^2 U = K \cdot \cos \omega t = \mathrm{Re}\left(K \cdot e^{i\omega t}\right) \qquad (9)$$

mit der Eigenfrequenz

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \,, \qquad (10)$$

der Dämpfung

$$\delta = \frac{1}{2R_P C} \qquad (11)$$

und

$$K = \frac{\omega}{R_P C} U_0 \,. \qquad (12)$$

(Die komplexe Schreibweise $e^{i\omega t}$ vereinfacht die Lösung von (9), physikalische Bedeutung hat dabei nur der Realteil $\cos \omega t$.)

Die Lösung der inhomogenen Differentialgleichung (9) ist die Summe aus allgemeinen der Lösung der homogenen Differentialgleichung (d. h. für K=0) und einer partikulären Lösung der inhomogenen Gleichung.
Die Lösung der homogenen Gleichung für den hier nur interessierenden Fall $\omega > \delta$ ist die gedämpfte Schwingung

$$U = U_0 \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos \omega' t$$
$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \qquad (13)$$

Sie beschreibt die Eigenschwingung des Schwingkreises, die nach einer einmaligen Anregung mit der Zeitkonstante $1/\delta$ abklingt (siehe Abb.3). Aus dem Verhältnis zweier Maxima kann man experimentell leicht das logarithmische Dekrement

$$\Lambda = \ln\left(U_n / U_{n+1}\right) = \delta T \qquad (14)$$

und damit die Dämpfung bestimmen.
Die gesuchte partikuläre Lösung, die “stationäre Lösung” für $\delta t \gg 1$ findet man mit dem Ansatz

$$U(t) = A \cdot e^{i(\omega t + \varphi)} \,. \qquad (15)$$

Durch Einsetzen in (9) und unter Beachtung, dass A und K reelle Größen sind, erhält man

$$A = \frac{K}{\sqrt{\left(\omega^2 - \omega_0^2\right)^2 + \left(2\delta\omega\right)^2}}$$
$$\varphi = \arctan \frac{2\delta\omega}{\omega^2 - \omega_0^2} \quad . \qquad (16)$$

Ersetzt man noch die Kreisfrequenz durch die im Alltag gebräuchlichere Frequenz, so erhält man für die Amplitude der am Schwingkreis messbaren Wechselspannung:

$$A = \frac{U_0 \cdot f / (R_p C)}{\sqrt{4\pi^2\left(f^2 - f_0^2\right)^2 + 4\delta^2 f^2}} \,. \qquad (17)$$

Ist die Frequenz der erregenden Wechselspannung gleich der Eigenfrequenz des Schwingkreises ($f = f_0$), so tritt Resonanz auf, d. h., die angeregte Schwingung erfolgt mit maximaler Amplitude.

2.2. Ersetzt man in einem Verstärker (siehe

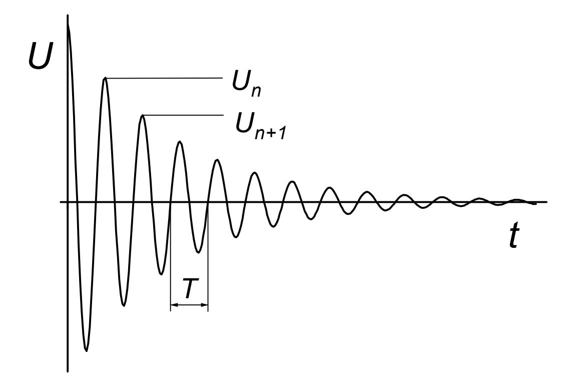


Abb. 3: *gedämpfte Schwingung nach Gl.* (13)

Versuch E37) den Arbeitswiderstand durch einen Schwingkreis, so erhält man einen MEIßNER-Generator (Abb.5). Im Schwingkreis entsteht eine ungedämpfte Schwingung, wenn folgende Voraussetzungen erfüllt sind:

- Der Verstärker muss mitgekoppelt sein, d.h., ein Teil der Wechselspannung des Schwingkreises (ca.1 %) wird induktiv ausgekoppelt und phasenrichtig dem Verstärkereingang zugeführt. Diese Mitkopplung erfolgt mit Hilfe der zweiten Spule des Schwingkreises (Transformator).
- Die Mitkopplungsbedingung

$$k \cdot V \geq 1 \qquad (18)$$

muss erfüllt sein.

Dabei ist V der Verstärkungsfaktor und k der Mitkopplungsfaktor, der angibt, wieviel Prozent der Ausgangsspannung rückgekoppelt werden.
Ist $k \cdot V > 1$, so entsteht eine verzerrte Sinusschwingung; für $k \cdot V = 1$ ist die Schwingung unverzerrt.
Um dies zu erreichen, müssen k und/oder V verringert werden. Die Verstärkung V lässt sich durch eine Gegenkopplung des Verstärkers verkleinern, was mit einem Widerstand R_e in der Emitterleitung realisiert werden kann.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Rastersteckplatte 30 cm × 20 cm
- Steckelemente: Schwingkreis, Transistor, Kondensator, 4 Widerstände, 2 Brücken
- Stromversorgungsgerät
- Oszilloskop (siehe Anhang)
- Funktionsgenerator HM8130

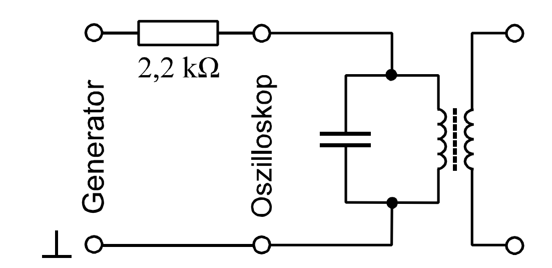


Abb. 4: *Schaltplan des Schwingkreises*

- Verbindungsleitungen

3.1 Der Schwingkreis wird entsprechend Abb.4 auf der Rastersteckplatte aufgebaut. Die Daten der Bauelemente sind:
L = 10 mH, C = 100 nF, R = 2,2 kΩ

3.2 Der MEIßNER-Generator (Abb.5) wird aus den Steckelementen auf der Rastersteckplatte aufgebaut.

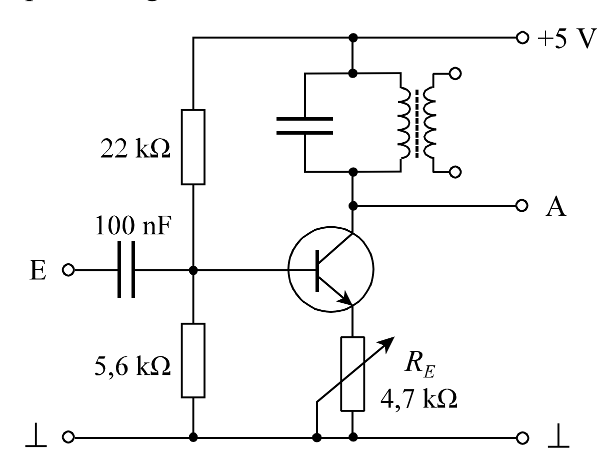


Abb. 5: *Meißner-Generator*

4 Versuchsdurchführung

Lesen Sie zur Vorbereitung die „Kurzanleitung zum Oszilloskop" im Anhang.

4.1 Für die Messungen zu Aufgabe 1 wird die Schaltung nach der Abb.4 aufgebaut.
Um die gedämpfte Schwingung entsprechend Gl.(13) bzw. Abb.3 sichtbar zu machen, wird der Schwingkreis mit einer Rechteckspannung angeregt, deren Periode groß ist im Vergleich zur Abklingzeit der Eigenschwingung. Günstig sind 100…150 Hz und 3 V (Spitze-Spitze). Am Oszilloskop sind die Periode der Eigenschwingungen und die Höhe von vier aufeinander folgenden Maxima zu messen.
Zur Aufnahme der Resonanzkurve wird die Signalform Sinus eingestellt. Die Frequenz wird am Funktionsgenerator zwischen 1 kHz und 10 kHz variiert bei einer Generatorspannung von 3 V (Peak-Peak). Die Amplituden der Wechselspannung am Schwingkreis werden mit dem Oszilloskop bestimmt. Die Messung kann durch einfaches Ablesen, mit

Hilfe des Messcursors oder mit der automatischen Peak-Peak-Messung des Oszilloskops erfolgen (letztere kann bei verrauschtem Signal zu große Messwerte liefern).

Zusatzaufgabe (freiwillig): Bei der Aufnahme der Resonanzkurve ist auch die Phasenverschiebung φ zu messen. Dafür wird zusätzlich zu Abb.4 die Generatorspannung an den zweiten Kanal des Oszilloskops gelegt.

4.2 Der Meißner-Generator ist entsprechend der Schaltung nach Abb.5 aufzubauen. Die Betriebsspannung (U_B = +5V) wird zwischen Oszillator und Masse (⊥) angelegt.
Die Anschlüsse der Koppelspule (Transformator im Schwingkreis) sind mit dem Eingang des Verstärkers zu verbinden. Wird dabei keine Schwingung auf dem Bildschirm des Oszillographen festgestellt, so müssen die Anschlüsse an der Koppelspule vertauscht werden. Die Gegenkopplung (Widerstand R_e) ist so einzustellen, dass die Schwingung keine Verzerrung aufweist.

Die Frequenz des Meißner-Generators wird durch Frequenzvergleich mit Hilfe von Lissajous-Figuren ermittelt.
Bei der senkrechten Überlagerung von zwei Schwingungen entsteht eine Lissajous-Figur; stimmen die beiden Frequenzen überein, so ist die Figur eine still stehende Ellipse oder Gerade, je nach der Phasendifferenz der beiden Schwingungen.
Zur Messung wird die Spannung des Funktionsgenerators (3 V) an den X-Eingang des Oszilloskops gelegt und die Betriebsart X-Y eingestellt. Am Funktionsgenerator sucht man die Frequenz, bei der sich eine Ellipse einstellt. Diese ist dann gleich der Frequenz des Meißner-Generators.

5 Auswertung

5.1 Eigenfrequenz ω_0 und Dämpfungskonstante δ sind aus den Daten der Bauelemente zu berechnen.
Aus den an der freien, gedämpften Schwingung gemessenen Schwingungsdauern und den Amplituden der Maxima sind die Eigenfrequenz ω_0, das logarithmische Dekrement (Mittelwert aus drei Messungen) und Dämpfungskonstante δ zu berechnen.
Die am Schwingkreis gemessene Amplitude A der Wechselspannung (gegebenenfalls auch die Phasenverschiebung) wird in Abhängigkeit von der Frequenz graphisch dargestellt (Resonanzkurve).
Durch nichtlineare Regression mit Gl. (17) sind Eigenfrequenz und Dämpfung zu ermitteln. Dabei muss neben ω_0 und δ der Term $A_0 = U_0/(R_P C)$ als dritter Parameter mit angepasst werden.
Alle Ergebnisse sind zu vergleichen und zudiskutieren. Bei der Interpretation der Phasenverschiebung muss beachtet werden, dass Gl. (16) φ bezüglich $\cos\omega t$ angibt, aber nach (8) die Generatorspannung $U_G \sim \sin\omega t$ ist.

5.2 Die gemessene Frequenz des Meißner-Generators ist ebenfalls mit der Eigenfrequenz des Schwingkreises zu vergleichen.

6 Literatur

W. Schenk, F. Kremer: Physikalisches Praktikum. Teubner+Vieweg Verlag 2011

Eichler, Kronfeldt, Sahm: Das Neue Physikalische Praktikum. Springer Verlag, 2001

Demtröder, W.: Experimentalphysik 2, Springer Verlag, 2002

7 Kontrollfragen

7.1 Wie verhalten sich R, L und C im Wechselstromkreis?

7.2 Welche Eigenschaften haben elektrischer Parallel- und Reihenschwingkreis?

7.3 Erklären Sie die Funktionsweise eines einfachen Verstärkers und

7.4 eines Oszilloskops.

Transistor-Verstärker E 37

1 Aufgabenstellung

1.1 Die Übertragungskennlinie eines elementaren Transistorverstärkers ist aufzunehmen und die Spannungsverstärkung im Arbeitspunkt zu berechnen.

1.2 Die Spannungsverstärkung der Grundschaltung ist in Abhängigkeit von der Frequenz zu bestimmen.

1.3 Das Verhalten des Verstärkers bei falschen Arbeitspunkteinstellungen und bei Übersteuerung ist zu untersuchen.

2 Physikalische Grundlagen

Jeder elektronische Verstärker besteht aus einem elementaren Verstärker und, je nach Anwendung, aus weiteren zusätzlichen Bauelementen für die Einstellung des Arbeitspunktes, für die Stabilisierung, für die Gegenkopplung oder zur Ein- und Auskopplung der Signale.
Der **elementare Verstärker** (Abb.1) besteht aus einer elektrischen Quelle (Batterie oder Netzteil mit der Betriebsspannung U_B) und einem Spannungsteiler, der sich aus einem konstanten Widerstand R_A (Arbeits- oder Lastwiderstand und einem elektrisch steuerbaren Widerstand (Transistor) zusammensetzt. Der Transistor wird durch die Spannung U_E am Eingang E des Verstärkers gesteuert.

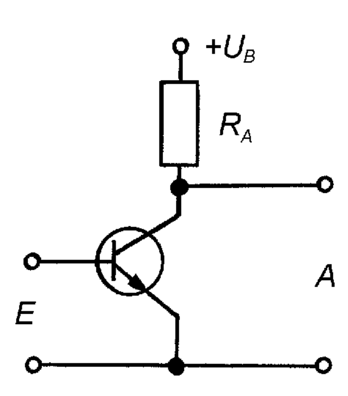


***Abb. 1:** Elementarer Verstärker*

Die Spannung U_A am Ausgang A des Verstärkers ist Teil der Betriebsspannung U_B; die Ausgangsleistung des Verstärkers ist Teil der Leistung der elektrischen Quelle.
Die Abhängigkeit der Ausgangsspannung U_A von der Eingangsspannung U_E (bei konstanter Betriebsspannung) wird durch die Übertragungskennlinie des elementaren Transistorverstärker (Abb.2) dargestellt. Im steil abfallenden Teil dieser Kennlinie wird der Arbeitspunkt des Verstärkers festgelegt. Nur in der Umgebung dieses Arbeitspunktes ist eine optimale Spannungsverstärkung möglich. Kleine Änderungen der Eingangsspannung bewirken große Änderungen der Ausgangsspannung. Die Spannungsverstärkung V ist definiert als

$$V = \frac{\Delta U_A}{\Delta U_E} \,. \qquad (1)$$

Die Spannungsverstärkung lässt sich aus dem Anstieg der Tangente im Arbeitspunkt ermitteln.

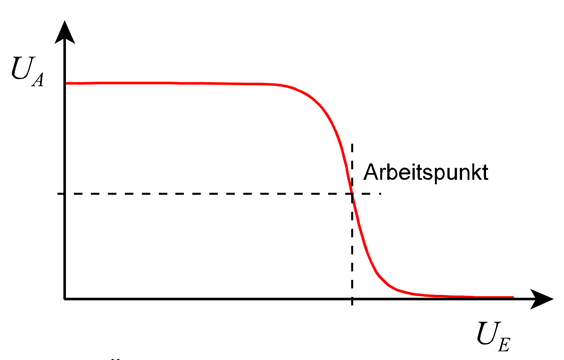


***Abb. 2:** Übertragungskennlinie*

Der elementare Transistorverstärker kann zu einer **R-C-gekoppelten Grundschaltung** (Abb.3) erweitert werden. Mit Hilfe eines Spannungsteilers wird eine konstante Gleichspannung von $(0{,}7 \pm 0{,}1)V$ an den Eingang des Verstärkers gelegt, damit der Verstärker immer im Arbeitspunkt arbeitet. Der Arbeitspunkt ist dann richtig eingestellt, wenn die Ausgangsspannung ca. 50 % der Betriebsspannung beträgt.

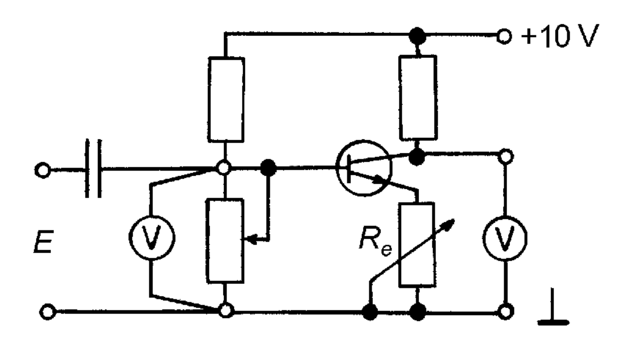


Abb. 3: Schaltung des Verstärkers

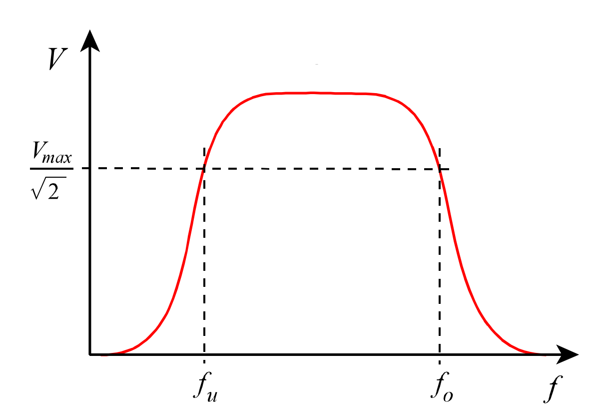


Abb. 4: Frequenzgang eines Verstärkers (f-Achse logarithmisch geteilt)

Zur Grundschaltung gehört noch ein Eingangskondensator, der verhindert, dass Gleichströme in den Verstärker fließen, die den Arbeitspunkt verschieben würden.
Der Eingangskondensator und die Widerstände des Spannungsteilers zusammen mit dem Widerstand R_e in der Emitterleitung des Transistors bilden einen sogenannten RC-Hochpass, der hohe Frequenzen hindurchlässt und tiefe Frequenzen sperrt. Die Grenzschichtkapazitäten des Transistors und der Arbeitswiderstand R_A des Verstärkers wirken wie ein Tiefpass. Wechselspannungen verschiedener Frequenzen werden deshalb unterschiedlich verstärkt.
Die Darstellung der Verstärkung V in Abhängigkeit von der Frequenz f (Abb.4) nennt man den Frequenzgang. Die Abszisse (Frequenz-Achse) ist dabei logarithmisch geteilt.
Als Grenzfrequenzen (untere Grenzfrequenz f_u, obere Grenzfrequenz f_o) werden die Frequenzen bezeichnet, bei denen die Verstärkung V auf den Wert $V_{max}/\sqrt{2}$ gesunken ist [1]. Als Bandbreite wird die Differenz $(f_o - f_u)$ definiert.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Tafel mit aufgebautem Verstärker
- Stromversorgungsgerät (stabilisiert)
- Oszilloskop (siehe Anhang)
- Funktionsgenerator HM8130
- 2 Digitalmultimeter
- Verbindungsleitungen, BNC-T-Stück

3.1 Der Verstärker entsprechend Abb.3 ist auf einer Tafel fest aufgebaut.
Bei der Aufnahme der Übertragungskennlinie werden die Eingangsspannung U_E und die Ausgangsspannung U_A (Gleichspannungen) mit den Digitalmultimetern gemessen.

3.2 Bei der Bestimmung der Spannungsverstärkung der Grundschaltung wird die Eingangswechselspannung vom Funktionsgenerator geliefert. Eingangs- und Ausgangsspannung werden mit dem Oszilloskop gemessen.
Achtung: Der Funktionsgenerator zeigt die Amplitude des unbelasteten Ausgangs an; bei Anschluss einer Last ist die Ausgangsspannung kleiner als der angezeigte Wert.

4 Versuchsdurchführung

4.0 Lesen Sie die Kurzanleitung zum Oszilloskop im Anhang. Beachten Sie bei allen Messungen mit verschiedenen Geräten die Unterschiede zwischen Spitze-Spitze-Spannung U_{SS}, Maximalwert $\hat{U}$, sowie Effektivwert U_{eff} einer Wechselspannung!

4.1 Zur Aufnahme der Übertragungskennlinie wird die Betriebsspannung (U_B = +10 V) wie folgt angelegt (Abb.2): Plus-Pol der Spannungsquelle an entsprechende Buchse des Verstärkers (+10 V), Minus-Pol der Spannungsquelle an Massebuchse (⊥).

---

[1] In der Literatur steht oft, V ist 3 dB kleiner als V_{max}, da $20 \cdot \lg(1/\sqrt{2}) \approx -3$ dB.

Der Widerstand R_e ist auf Null zu stellen (Linksanschlag). Die Vielfachmesser für die Spannungsmessungen sind einzubauen.
Nun wird die Eingangsspannung U_E mit dem Spannungsteiler von 0 Volt bis zum Maximalwert variiert und die dazugehörigen Ausgangsspannungen U_A werden gemessen (mindestens 10 Messpunkte).

4.2. Zur Bestimmung der Spannungsverstärkung V der Grundschaltung in Abhängigkeit von der Frequenz einer Wechselspannung wird zunächst der Arbeitspunkt des Verstärkers eingestellt. (U_A = 5 V).
Die beiden Vielfachmesser werden aus der Schaltung entfernt, der Funktionsgenerator an den Eingang E und das Oszilloskop an den Ausgang A des Verstärkers angeschlossen. Mit Hilfe des BNC-T-Stücks wird der Generatorausgang zusätzlich mit dem 2. Kanal des Oszilloskops verbunden.
Zur Messung von Eingangs- und Ausgangsspannung ist ist das Oszilloskop in die Betriebsart DUAL zu schalten mit U_E als Triggerquelle.
Am Generator wird zunächst eine Frequenz von f = 1 kHz eingestellt. Die Amplitude ist so einzustellen, dass U_E = 40 mV (Spitze-Spitze-Wert U_{SS}) ist.
Die Ausgangswechselspannung U_A (U_{SS}) ist nun mit dem Oszilloskop zu messen.
Die Messung ist bei den folgenden Frequenzen zu wiederholen, wobei jedesmal U_E = 40 mV eingestellt werden muss:
30 Hz; 100 Hz; 300 Hz; 1 kHz; 3 kHz; 10 kHz; 30 kHz; 100 kHz; 300 kHz; 1 MHz; 3 MHz; 10 MHz.

4.3 Die Schaltung aus 4.2. wird beibehalten, die Frequenz auf 10 kHz eingestellt. Die Eingangskopplung des Oszilloskops sollte auf DC geschaltet sein.

4.3.1 Bei richtiger Arbeitspunkteinstellung wird die Eingangsspannung U_E auf U_{SS} = 400 mV erhöht und die so entstandene Übersteuerung skizziert.

4.3.2 Bei einer Eingangsspannung von U_{SS} = 40 mV wird der Arbeitspunkt des Verstärkers mit Hilfe des Eingangs-Spannungsteilers auf der Kennlinie nach oben und nach unten verschoben. Die so entstandenen nichtlinearen Verzerrungen werden skizziert.

4.3.3 Bei richtiger Arbeitspunkteinstellung ist eine Eingangsspannung von U_{SS} = 200 mV zu wählen. Das Bild auf dem Oszilloskop ist so einzustellen, dass eine Schwingung den Bildschirm voll ausfüllt. Durch Veränderung des Widerstandes R_e kann der Einfluss der Gegenkopplung auf das Verhalten des Verstärkers untersucht werden.

5 Auswertung

5.1 Die Übertragungskennlinie ist grafisch darzustellen. Die Spannungsverstärkung V wird aus dem Anstieg im Arbeitspunkt (bei U_A = 5 V) nach Gl. (1) bestimmt.

5.2 Die Spannungsverstärkung V der Grundschaltung errechnet sich nach $V = U_A/U_E$.
Die Verstärkung V ist in Abhängigkeit von der Frequenz f graphisch darzustellen, wobei die Abszisse (Frequenzachse) logarithmisch geteilt wird (vergl. Abb.3) Die untere und die obere Grenzfrequenz f_u und f_o sowie die Bandbreite sind zu bestimmen.

5.3 Diskutieren Sie die skizzierten Spannungsverläufe aus den Untersuchungen in 4.3.

6 Literatur

Eichler, Kronfeldt, Sahm: Das Neue Physikalische Praktikum. Springer Verlag, 2001

7 Kontrollfragen

7.1 Wie funktioniert ein Oszilloskop?

7.2 Wie ist ein (Bipolar-)Transistor aufgebaut?

7.3 Erläutern Sie die Begriffe Verstärkung, Übertragungskennlinie, Grenzfrequenz!

7.4 Was sind Maximalwert (Spitzenwert) und Effektivwert einer Wechselspannung?

Messwerterfassung mit dem Computer (EKG) E 39

1 Aufgabenstellung

1.1 Mit Hilfe des CASSY-Messwerterfassungssystems ist ein 3-Kanal-EKG aufzunehmen. Aus den Messkurven sind die Größe der R-Zacken-Potentiale, die Pulsfrequenz und die Lage der elektrischen Herzachse zu bestimmen.

1.2 Der Einfluss eines großen Kontaktwiderstandes auf das EKG-Signal ist zu untersuchen.

2 Grundlagen

Die rhythmische Kontraktion des Herzmuskels wird stimuliert durch eine elektrische Erregung der Herzzellen, die am Sinus-Knoten beginnt und sich in charakteristischer Weise über das gesamte Herz ausbreitet. Die Aktionspotentiale (etwa 70 mV) aller Zellen ergeben in Summe ein elektrisches Dipolfeld des Herzens. Dieses Feld breitet sich auch im gesamten Organismus aus, wobei es durch die elektrische Leitfähigkeit geschwächt wird.
Auf der Hautoberfläche können deshalb die elektrischen Vorgänge bei der Reizausbreitung im Herzen gemessen werden. Dabei werden eine Reihe Elektroden in normierter Art und Weise an den Armen und Beinen sowie auf dem Brustkorb angebracht. Die elektrischen Spannungen auf der Körperoberfläche liegen im Millivoltbereich und können, entsprechend verstärkt, gemessen und auf einem Monitor oder mit Hilfe eines Schreibers oder Druckers dargestellt werden.

Bei den drei bipolaren Ableitungen nach EINTHOVEN (Abb.1) werden die folgenden Potentiale gemessen:

Abl. I zwischen linkem und rechtem Arm

Abl. II zw. linkem Bein und rechtem Arm

Abl. III zw. linkem Bein und linkem Arm.

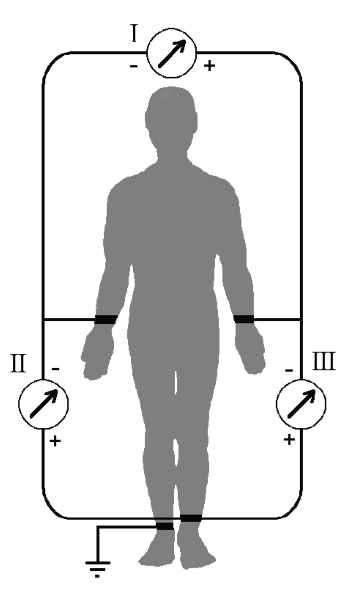


Abb. 1: *EKG-Ableitungen nach Einthoven*

Im so genannten EINTHOVEN-Dreieck (Abb.2) lässt sich aus den drei Potentialen U_1, U_2 und U_3 der Dipolvektor den Herzens (genauer: die Projektion des Dipolvektors auf die Frontalebene) konstruieren. Der Dipolvektor variiert im Rhythmus des Herzschlages, seine Lage im Moment des größten Potentials (R-Zacken-Potential) wird als elektrische Herzachse bezeichnet. Sie stimmt bei normaler Erregungsausbreitung etwa mit der anatomischen Längsachse des Herzens überein.

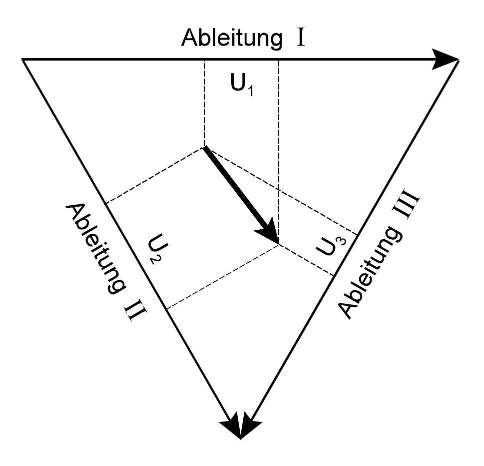


Abb. 2: *Bestimmung der Lage der elektrischen Herzachse im EINTHOVEN-Dreieck*

Neben der Kurvenform im EKG ist die Lage der Herzachse bzw. der zeitliche Verlauf des Dipolvektors (Vektor-EKG) von diagnostischer Bedeutung.

Messen mit dem Computer:
Moderne medizinische Diagnosegeräte (z. B. EKG, EEG, Ultraschall-A-Bild, Audiometer) werden heute oft auf der Basis handelsüblicher Computer gebaut. Das hat sowohl praktische Gründe (vielseitige Einsetzbarkeit, einfache Vernetzung mit anderen Geräten, mit der elektronischen Patientenkartei etc.) als auch ökonomische Gründe. Der Computer (bzw. die Software) übernimmt die Auswertung und die graphische Darstellung der Messergebnisse sowie ihre Archivierung. Lediglich die eigentliche Messwerterfassung, Signalverstärkung und die Umwandlung des analogen Messsignals in digitale Daten (A/D-Wandlung) muss noch mit Hilfe spezieller Hardware erfolgen.
Die Genauigkeit der Messung wird dabei durch die sogenannte Auflösung oder Wandlerbreite des A/D-Wandlers begrenzt. Beispielsweise bedeutet eine Auflösung von 12 Bit, dass der Wandler $2^{12} = 4096$ verschiedene digitale Werte messen kann. Die kleinste noch messbare Änderung des Messsignals (1 Digit) beträgt also 1/4096 des Messbereichs. Meist ist die Messunsicherheit digitaler Messgeräte jedoch deutlich größer als 1 Digit.
Ein zeitabhängiges Messsignal (z. B. ein EKG-Signal) wird einfach in schneller Folge immer wieder gemessen („abgetastet“). Die Anzahl der Messungen pro Sekunde bezeichnet man als Messrate oder Abtastrate R (engl.: sampling rate), die Einheit ist 1 Hz. Beispiel: Bei einem Zeitintervall Δt von 10 ms zwischen zwei Messungen beträgt die Messrate $R = 1/\Delta t = 100$ Hz. Technisch sind heute Messraten bis etwa 1 GHz möglich.
Die Messrate bestimmt die Zeitauflösung der Messung bzw. die maximal messbare Frequenz f_G (“Grenzfrequenz”); es gilt

$$f_G = \frac{1}{2} R \,. \tag{1}$$

Nach dem Fouriertheorem kann jedes beliebige, nichtharmonische (d.h. nicht sinusförmige) periodische Signal als eine Summe harmonischer (sinusförmiger) Teilschwingungen aufgefasst werden kann, deren Frequenzen ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz des periodischen Signals sind. Im EKG-Signal entspricht die Grundfrequenz der Herzfrequenz. Die Zerlegung eines Signals in seine Frequenzanteile (d.h. in einzelne Sinusschwingungen) nennt man Fourier-Analyse, der mathematische Algorithmus dafür heißt FFT (von Fast Fourier Transformation). Im Ergebnis erhält man eine grafische Darstellung der Signalamplitude in Abhängigkeit von der Frequenz, das Frequenzspektrum.

Informieren Sie sich über die Begriffe Fourier-Analyse, FFT und SHANNONsches Abtasttheorem im Kapitel Grundlagen zu Versuch M25!

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:
Cassy-EKG/EMG
3 Widerstände 10 MΩ; 4,7 MΩ; 100 kΩ
Computer mit CASSYLab-Software
4 Klammerelektroden
Elektrodenspray

3.1 Es sind zwei Versionen des EKG-Gerätes im Einsatz: Ein Sensor-CASSY mit aufgesteckter EKG/EMG-Box, Steckernetzteil und serieller Verbindung zum PC, sowie eine (kleinere) EKG/EMG-Box mit USB-Anschluss an den PC.
Der Widerstand dient zur Simulation eines schlechten elektrischen Kontaktes zwischen Haut und EKG-Elektrode.
Das Elektrodenspray wirkt desinfizierend und erhöht die elektrische Leitfähigkeit des Hautkontaktes.

4 Versuchsdurchführung

Starten Sie am Computer das Programm CassyLab2 - die vorgefundene Gerätekonfi-

guration wird angezeigt (beim seriellen Cassy muss das Netzteil angeschlossen sein). Aktivieren Sie die EKG/EMG-Box, indem Sie mit der Maus auf das Bild der Box klicken.
Machen Sie sich zuerst mit der Bedienung des Programms vertraut. Benutzen Sie hierzu die Kurzanleitung im Anhang und die Online-Hilfe . Folgende Tätigkeiten müssen Sie beherrschen:

- Einstellung von Messbereich und -Intervall
- Start und Stopp einer Messung
- Vergrößern/Alles anzeigen (Zoom)
- Skalieren des Diagramms
- Einfügen von Text in das Diagramm
- Anzeigen der Messpunkte
- Messen von Differenzen (Spannung, Zeit)
- Speichern und Drucken der Messung

4.1 Zur Ableitung des EKG-Signals nach EINTHOVEN (Abb.1) werden die Metallflächen der Elektrodenklammern mit Elektrodenspray besprüht und an den Innenseiten der Handgelenke und oberhalb der Knöchel befestigt. Die Elektrodenkabel werden wie folgt angeschlossen: rot - rechter Arm, gelb - linker Arm, grün - linke Wade, schwarz - rechte Wade.
Die Versuchsperson muss in ruhiger, entspannter Lage sitzen, die Unterarme aufliegend, damit die EKG-Potentiale nicht durch andere Muskel-Aktionspotentiale verfälscht werden.
Die Voreinstellungen der Messparameter werden unverändert beibehalten (Messintervall: 10 ms, Messbereiche: ±1 mV). Das EKG wird etwa 10...20 s lang aufgezeichnet und danach abgespeichert. Falls die Kurven sehr unregelmäßig sind, werden die Ursachen hierfür beseitigt und die Messung wiederholt. Alle Versuchsbedingungen sind zu protokollieren!
Das EKG soll an jedem Studenten gemessen werden; die Auswertung führt jeder an seinem EKG durch.

4.2 Die folgenden Messungen sollen mit einer größeren Abtastrate von 500 Hz durchgeführt werden (Messintervall: 2 ms). Das EKG-Gerät kann bei schnellen Messungen (Intervall <10 ms) nur einen Kanal aufzeichnen - daher müssen die EKG-Ableitungen U_{11} und U_{13} in den Einstellungen zuerst deaktiviert werden, ehe das Intervall geändert werden kann. Es wird nur Ableitung II gemessen.
Zeichnen Sie ein EKG 10 Sekunden lang auf. Führen Sie eine Fourier-Analyse des EKG-Signals durch, indem Sie **Einstellungen - Rechner - FFT - Neu** anklicken. Ändern Sie die Skalierung der Koordinatenachsen des EKGs und des Frequenzspektrums so, dass die Messkurven den größten Teil des Diagramms einnehmen und speichern Sie das Messergebnis ab.

Tipp: Die Diagramme kann man mit der Maus ziehen und so anordnen, dass beide gleichzeitig zu sehen sind.

Zur Simulation eines schlechten elektrischen Kontaktes zwischen EKG-Elektrode und Haut bauen Sie den 10 MΩ-Widerstand in die Zuleitung zum rechten Arm (rot) ein. Es sollte **kein** Elektrodenspray verwendet werden. Zeichnen Sie unter ansonsten unveränderten Bedingungen ein weiteres EKG und dessen Frequenzspektrum auf und speichern Sie es ab.
Das Resultat der Messung ist von den Kontaktwiderständen und von den elektromagnetischen Störfeldern im Raum abhängig. Nach Rücksprache mit dem Betreuer sind eventuell weitere Messungen erforderlich, wobei das Störsignal durch einen zusätzlichen Widerstand von 100 kΩ an der rechten Wade (schwarzer Druckknopf) vergrößert oder durch Tausch des 10 MΩ Widerstandes gegen 4,7 MΩ verringert werden kann.

5 Auswertung

Wenn die Auswertung nicht im Praktikum erfolgen kann, drucken Sie alle benötigten EKGs und Frequenzspektren nach Rücksprache mit dem Betreuer aus, damit die

vollständige Auswertung zu Hause möglich ist. Alternativ können Sie CassyLab2 downloaden, auf dem eigenen Rechner installieren und die im Praktikum erzeugten Dateien damit auswerten.

5.1 Die Messung des R-Zacken-Potentials der drei Ableitungen und der Pulsfrequenz soll mit CassyLab durchgeführt werden. Benutzen Sie hierfür die Zoom-Funktion; hilfreich sind außerdem die Funktionen „Koordinaten anzeigen", „Differenz messen" und „Werte anzeigen".
Für die drei Ableitungen U_I, U_{II} und U_{III} wird an jeweils 5 verschiedenen Stellen die Höhe der R-Zacke abgelesen und daraus der Mittelwert berechnet.
Die Pulsfrequenz f (in min^{-1}) wird aus der mittleren Zeit zwischen zwei R-Zacken ermittelt. Dafür sind aus 10 aufeinander folgenden Pulsschlägen der Mittelwert $\overline{T}$ und die Standardabweichung s_T zu berechnen. Welche Bedeutung hat die Standardabweichung in diesem Zusammenhang?
Für die Bestimmung der Lage der elektrischen Herzachse werden die Ableitungen I und II verwendet. Erfassen Sie etwa fünf zeitgleiche Wertepaare (U_I, U_{II}) vom Beginn bis zum Ende einer R-Zacke. Die Wertepaare werden im EINTHOVEN-Dreieck (Spezialpapier, im Praktikum erhältlich) auf den Ableitungslinien I und II abgetragen, der Schnittpunkt im Dreiecksgitter wird markiert. Die so entstandenen Punkte werden der Reihe nach durch eine Linie verbunden. Diese Linie zeigt den Verlauf der Frontalprojektion des Dipolvektors. Die Verbindung vom Nullpunkt zum maximalen Ausschlag definiert den elektrischen Herzvektor.

5.2 Vergleichen Sie die EKGs und die zugehörigen Frequenzspektren mit und ohne Kontaktwiderstand:
Zoomen Sie so weit in die EKG-Kurve, dass nur etwa eine Sekunde auf dem gesamten Bildschirm dargestellt wird. Betrachten Sie das gesamte Frequenzspektrum (0...250 Hz). Beschreiben Sie die Veränderungen im EKG, die durch einen Kontaktwiderstand von 10 MΩ hervorgerufen werden.
Wahrscheinlich ist das EKG von einer höherfrequenten Störspannung überlagert. Bestimmen Sie die Frequenz dieser Störspannung aus der Periodendauer im EKG-Signal und durch direktes Ablesen im Frequenzspektrum. Was könnte die Quelle dieser Störspannung sein?

Zusätzliche Experimentiermöglichkeiten:
- Zeichnen Sie EKGs mit verschiedenen Messintervallen (5 ms, 10 ms, 20 ms, 50 ms) auf. Welchen Einfluss hat das Messintervall (bzw. die Messrate) auf das Messergebnis?
- Messen Sie die Größe und des Muskel-Aktionspotentials am Unterarm. Folgen Sie dazu der Anleitung in der Online-Hilfe zu CASSYLab.

6 Literaturangaben

Kamke, W.; Walcher, W.: Physik für Mediziner, B.G. Teubner, Stuttgart 1994

Harten, U.: Physik für Mediziner. Springer Verlag 2011

www.neurop.ruhr-uni-bochum.de/lehre/Praktikum

7 Kontrollfragen

7.1 Was verstehen Sie unter Messrate und Auflösung bei digitalen Messungen?

7.2 Welche Messrate ist bei der Computergestützten Messung eines EKGs mindestens erforderlich?

7.3 Warum werden beim EKG besonders hochohmige Spannungsmessgeräte eingesetzt?

7.4 Was verstehen Sie unter Fourier-Analyse und Fourier-Synthese?

Mikroskop O 4

1 Aufgabenstellung

1.1 Einstellung des Mikroskops und der KÖHLERschen Beleuchtungseinrichtung.

1.2 Kalibrierung eines Okularmikrometers durch Bestimmung des Abbildungsmaßstabes für mehrere Objektive.

1.3 Justierung der Phasenkontrasteinrichtung.

1.4 Beobachtung biologischer Präparate mit verschiedenen Verfahren und Ausmessung von Strukturen.

2 Grundlagen

2.1 Aufbau des Mikroskops:
Das optische System eines Lichtmikroskops besteht aus dem Objektiv und Okular. Um das Prinzip der Bildentstehung besser erkennen zu können, werden die Linsensysteme (es werden zur Bildfehlerkorrektur jeweils mehrere Linsen benötigt) zu je einer dünnen Konvexlinse zusammengefasst.
Ein Gegenstand G zwischen einfacher und doppelter Brennweite des Objektives wird als umgekehrtes, vergrößertes und reelles Zwischenbild B außerhalb der doppelten Brennweite des Objektives abgebildet, Abb.1. Das Okular wird als Lupe eingesetzt. Das reelle Zwischenbild, das sich innerhalb der einfachen Brennweite des Okulars befindet, wird dadurch dem akkommodierten Auge als divergentes Strahlenbündel angeboten.
Eine rückwärtige Verlängerung der Strahlen zeigt, in welcher Größe und Entfernung das Auge etwa das virtuelle Bild erkennt. Eine einfache Bildkonstruktion nach der geometrischen Optik kann jeweils mit Hilfe zweier ausgezeichneter Strahlen (Parallelstrahl, Brennpunktstrahl, Mittelpunktstrahl; siehe Abb.1) eines Bildpunktes gefunden werden.

Für ein Mikroskopieren mit entspanntem (d. h. nicht akkommodiertem) Auge soll das virtuelle Bild in großer Entfernung ("im Unendlichen") entstehen. Abweichend von Abb.1 fällt dann das reelle Zwischenbild in die Brennebene des Okulars; der Sehwinkel β' bleibt gleich.
In modernen Mikroskopen mit "Unendlichoptik" (ICS, infinity corrected system) bildet das Objektiv allein den Gegenstand nicht in der Zwischenbildebene sondern im Unendlichen

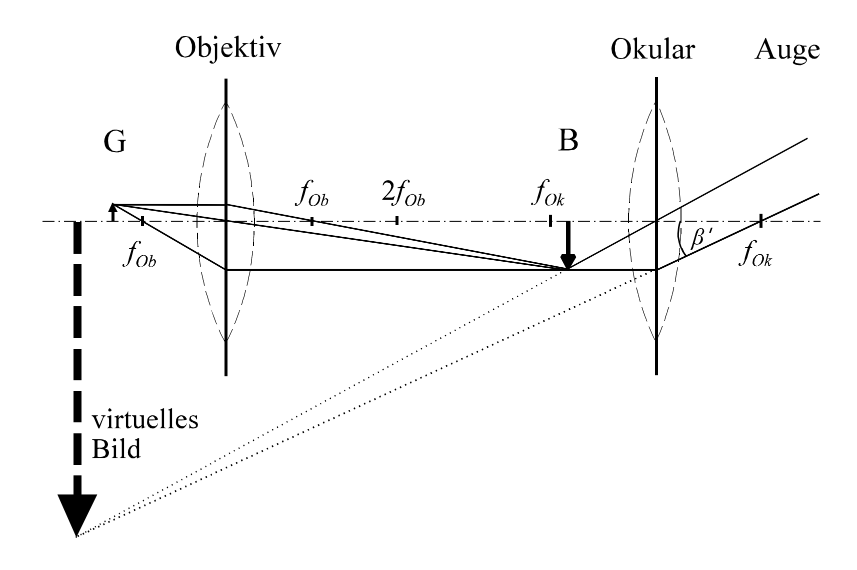


Abb. 1: *Strahlengang des Mikroskops*

ab, d. h. der Gegenstand befindet sich in der Brennebene des Objektivs. Erst durch eine zusätzliche Tubuslinse (zwischen Objektiv und Okular) entsteht das reelle Zwischenbild in der Brennebene des Okulars. Das ermöglicht u. A. den problemlosen Einbau von Zubehör (z. B. für Fluoreszenz- und Polarisationsmikroskopie), da die Tubuslänge variabel ist.

Als Vergrößerung V bezeichnet man das Verhältnis der scheinbaren Größe eines Objektes mit optischem Instrument zur scheinbaren Größe ohne Instrument in der deutlichen Sehweite (auch Bezugssehweite, 25 cm Entfernung vom Auge). Sie ergibt sich aus den Sehwinkeln β' und β mit und ohne optisches Instrument zu:

$$V = \frac{\tan\beta'}{\tan\beta} \approx \frac{\beta'}{\beta}. \qquad (1)$$

Beim Mikroskop setzt sich die Gesamtvergrößerung aus der Objektivvergrößerung V_{Ob} und Okularvergrößerung V_{Ok} zusammen:

$$V = V_{Ob} \cdot V_{Ok} \ . \qquad (2)$$

Will man die Größe eines Objektes im Mikroskop messen, dann bringt man an die Stelle des reellen Zwischenbildes einen Maßstab („Okularmessplatte" oder „Okularmikrometer"). Dieser ist dann gemeinsam mit dem Bild scharf zu sehen und dient als Größenvergleich. Für exakte Messungen muss also der Abbildungsmaßstab des Objektives, d.h. das Verhältnis von Bildgröße B zu Gegenstandsgröße G

$$\frac{B}{G} = V_{Ob} \qquad (3)$$

genau bekannt sein. Er steht in der Regel auf dem Objektiv, jedoch kann sich der tatsächliche Wert vom aufgedruckten aufgrund von Fertigungstoleranzen etwas unterscheiden.
Der Abbildungsmaßstab wird bestimmt, indem man ein Objekt definierter Größe („Objektmikrometer") mit dem Okularmikrometer vergleicht.

2.2 Auflösungsvermögen:
Die Bildentstehung im Mikroskop kann vollständig nur mit Hilfe der Wellennatur des Lichtes verstanden werden. Das einfallende Licht wird an den Strukturen des Objekts G gebeugt (Abb.2). Das Objektiv O vereinigt gebeugte und ungebeugte Wellen in der Bildebene B, wo durch Interferenz das reelle Zwischenbild entsteht. Zur Verdeutlichung betrachtet man als Modellobjekt G ein Beugungsgitter, bei dem nur ein charakteristischer Abstand (die Gitterkonstante) auftritt. Ein heller (bzw. dunkler) Punkt entsteht im reellen Zwischenbild B nur, wenn durch Interferenz des ungebeugten Anteils mit den gebeugten Strahlen eine Verstärkung (bzw. Auslöschung) eintritt.

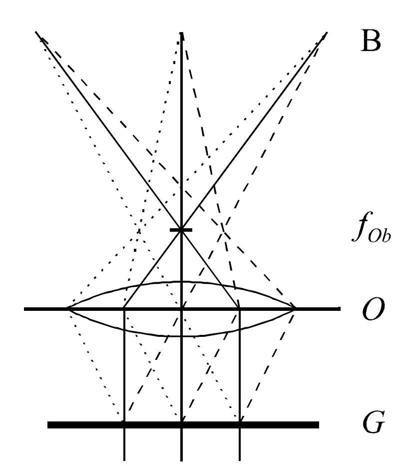


Abb. 2: *Wellenoptische Erklärung der Abbildung am Mikroskop*

Nach der Theorie des Auflösungsvermögens von ABBE wird ein Bilddetail nur dann aufgelöst wird, wenn neben dem ungebeugten Licht wenigstens das Beugungsmaximum erster Ordnung in das Objektiv fällt und zur Bildentstehung beiträgt. Daraus ergibt sich der kleinste Abstand d zweier Objektpunkte, die noch getrennt abgebildet werden können:

$$d = \frac{\lambda}{n \cdot \sin\alpha} = \frac{\lambda}{A} \ . \qquad (4)$$

Dabei ist λ die Wellenlänge des Lichtes und $A = n \cdot \sin\alpha$ die numerische Apertur des Objektives (mit dem halben Öffnungswinkel α des Objektives und dem Brechungsindex n

des Mediums zwischen Objekt und Objektiv). Ein Objektdetail wird um so objektähnlicher abgebildet, je mehr Beugungsmaxima im Bild interferieren. Den Kehrwert von d bezeichnet man als Auflösungsvermögen. Die numerische Apertur ist neben der Vergrößerung auf dem Objektiv angegeben.
Die Wellenlänge λ ist durch den sichtbaren Bereich des Spektrums bestimmt (Mittelwert 550 nm). Eine Steigerung des Auflösungsvermögens kann durch Verwendung von Ölimmersionssystemen erzielt werden. Dabei wird das Medium Luft ($n \approx 1$) zwischen Objekt und Objektiv durch ein Immersionsöl ($n \approx 1{,}5$) ersetzt; dafür sind spezielle Objektive erforderlich. Außerdem ergibt sich eine Steigerung des Auflösungsvermögens, wenn das Objekt nicht mit parallelem Licht (wie bei der Herleitung von Gl. (4) vorausgesetzt), sondern aus verschiedenen Richtungen beleuchtet wird. Wenn die Beleuchtungsapertur (Sinus des halben Öffnungswinkels des Beleuchtungskegels) gleich der numerischen Apertur des Objektivs ist, ergibt sich ein Grenzwert von

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2A} \,. \tag{5}$$

Dieser Wert gilt auch für die Mikroskopie von selbstleuchtenden Objekten (Fluoreszenzmikroskopie) und im Dunkelfeld.

2.3 Förderliche Vergrößerung: Ein Auge mit normaler Sehschärfe kann zwei Punkte noch getrennt wahrnehmen, wenn sie unter einem Winkel von zwei Bogenminuten erscheinen. In der deutlichen Sehweite von 25 cm entspricht das einem Abstand von 0,15 mm. Wird die Vergrößerung des Mikroskops so gewählt, dass die kleinsten trennbaren Objektabstände d (durch das Auflösungsvermögen des Mikroskops gegeben) im virtuellen Bild unter einem Winkel von zwei Bogenminuten erscheinen, dann bezeichnet man diese Vergrößerung als förderliche Vergrößerung V_M . Als Faustregel gilt: $V_M = (500\ldots1000)\cdot A$. Vergrößerungen über diesen Betrag hinaus bezeichnet man als „leere Vergrößerung", denn man erhält keine neuen Informationen von dem Objekt.

2.4 Köhlersche Beleuchtung:
Beim Beleuchtungsverfahren nach KÖHLER wird der Lichtkegel der Beleuchtung dem Öffnungskegel des Objektivs angepasst. Dadurch wird das Auflösungsvermögens des Objektives vollständig ausgenutzt und überflüssiges Licht, das als Streulicht den Kontrast vermindert, wird vermieden.
Abb.3 zeigt den prinzipiellen Aufbau der Beleuchtungsanordnung. Sie besteht aus Lichtquelle, Kollektorlinse und Leuchtfeldblende, die sich in der Mikroskopierleuchte befinden, sowie Aperturblende und Kondensorlinse, die unterhalb des Mikroskoptisches angebracht sind.
Der Kollektor bildet die Lichtquelle (Glühwendel) in die Ebene der Aperturblende ab. Der Kondensor bildet die Leuchtfeldblende, die sich unmittelbar neben dem Kollektor befindet, in die Objektebene ab. Die Aperturblende liegt in der vorderen Brennebene des

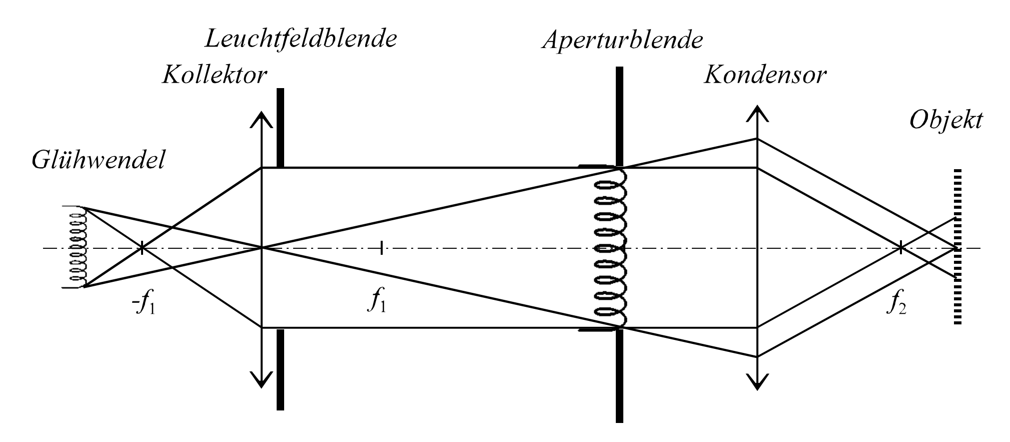


Abb. 3: *KÖHLERsches Beleuchtungsverfahren*

Kondensors. Dadurch werden alle von einem Punkt der Lichtquelle ausgehenden Strahlen zu Parallelstrahlen. Je kleiner die Aperturblende eingestellt wird, um so kleiner ist der Öffnungswinkel des Strahlenbündels (die Beleuchtungsapertur).
Durch diese Anordnung können sowohl die Größe des ausgeleuchteten Feldes (mit der Leuchtfeldblende) als auch die Größe der Beleuchtungsapertur (mit der Aperturblende) unabhängig voneinander verändert werden. Die Aperturblende verändert außerdem die Bildhelligkeit.

2.5 Verfahren zur Kontraststeigerung:
Viele biologische Präparate, vor allem Gewebeschnitte, zeigen im einfachen Durchlichtmikroskop wenig Kontrast, so dass man trotz ausreichender Vergrößerung und Auflösung kaum etwas erkennen kann. Oft werden Präparate deshalb mit verschiedenen Methoden eingefärbt. Dies ist jedoch zeitaufwendig, außerdem lassen sich lebende Präparate kaum färben und das Objekt wird durch die Färbung selbst verändert. Mit speziellen optischen Vorrichtungen am Mikroskop lässt sich der Kontrast ebenfalls steigern; es können sogar Strukturen sichtbar gemacht werden, die im „normalen“ (Hellfeld-)Mikroskop unsichtbar sind. Für Medizin und Biologie von Bedeutung sind die Dunkelfeldmikroskopie, die Phasenkontrastmikroskopie, die Polarisationsmikroskopie und die Fluoreszenzmikroskopie. Alle außer dem letzten Verfahren können im Praktikum erprobt werden.

2.5.1 Dunkelfeld: Das bisher beschriebene Mikroskopierverfahren heißt Hellfeld, da das Gesichtsfeld ohne Präparat hell ausgeleuchtet ist. Sorgt man durch eine Zentralblende in der Mitte der Aperturblende (Abb.3) dafür, dass kein Licht auf direktem Wege in den Strahlengang des Mikroskops gelangen kann, so bleibt das Gesichtsfeld ohne Präparat dunkel. Das Licht trifft nur aus solchen Winkeln auf das Präparat, die größer sind als die Objektivapertur. Zur Abbildung trägt dann nur das am Objekt gebeugte Licht bei.
In diesem „Dunkelfeldkontrast“ erscheinen völlig lichtdurchlässige und völlig lichtundurchlässige Bereiche des Objektes in gleicher Weise dunkel, die Kanten von Objektstrukturen leuchten dagegen hell auf. Besonders gut zu erkennen sind kleinste Partikel, die das Licht nach allen Seiten streuen.

2.5.2 Phasenkontrast: Mikroskopische Präparate unterscheidet man in Amplitudenobjekte und Phasenobjekte. Amplitudenobjekte besitzen unterschiedliche Lichtdurchlässigkeiten, was zu einem Hell-Dunkel-Kontrast führt. Phasenobjekte dagegen besitzen überall (etwa) gleiche Lichtdurchlässigkeit, aber verschiedene Brechzahlen. Im durchgehenden Licht treten Gang- bzw. Phasenunterschiede auf (siehe (6) und (7)), die das Auge nicht wahrzunehmen kann. Typische Phasenobjekte sind ungefärbte Gewebeschnitte.
Zur wellenoptischenen Beschreibung der Bildentstehung im Mikroskop betrachtet man Beugungsgitter als einfache Modellobjekte.
Bei einem Amplitudengitter (siehe Abb.4) haben die Gitteröffnungen und -stege unterschiedliche Lichtdurchlässigkeiten, so dass das im Zwischenbild Helligkeitsunterschiede vorliegen, die das Auge wahrnimmt. Beim Phasengitter haben die Gitterelemente gleiche Lichtdurchlässigkeiten, aber verschiedene Brechzahlen. Obwohl auch beim Phasengitter durch Interferenz ein reelles Zwischenbild entsteht, treten dabei aber keine Helligkeitsunterschiede auf, d.h. es gibt keinen Bildkontrast.
Die mathematisch exakte wellenoptische Beschreibung der Bildentstehung zeigt, dass bei einem Amplitudengitter das gebeugte Licht im reellen Zwischenbild gegenüber dem

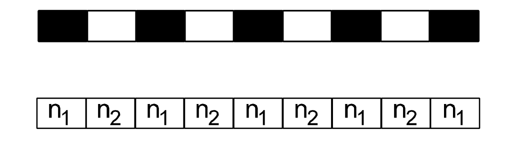


Abb. 4: *Amplitudengitter (oben) und Phasengitter (unten)*

ungebeugten um 180° ($\lambda/2$) phasenverschoben ist, bei einem Phasengitter dagegen um 90°

(λ/4). Beim Phasenkontrastverfahren nach ZERNIKE (Nobelpreis 1953) wird durch einen Trick die Phasendifferenz zwischen gebeugtem und ungebeugtem Licht um 90° vergrößert - dadurch wird aus dem Phasenkontrast ein Amplitudenkontrast, d.h. Phasenobjekte werden sichtbar.
An die Stelle der Aperturblende (siehe Abb.3) wird eine Ringblende in den Strahlengang gebracht, hierdurch wird das Präparat mit einem Strahlenbündel in Form eines Kegelmantels beleuchtet. Die ungebeugten Strahlen durchlaufen in der hinteren Brennebene des Objektives eine Ringfläche. An dieser Stelle befindet sich im Objektiv ein λ/4-Phasenring, der die Phase der ungebeugten Strahlen gegenüber dem überwiegendem Anteil der gebeugten Strahlen um -90° verschiebt.
Eine weitere Kontraststeigerung erzielt man durch eine Schwächung des ungebeugten Lichtes durch den leicht grau getönten Phasenring. (Nur deshalb kann man ihn sehen; siehe Abschnitt 4.3.)

2.5.3 Polarisationskontrast:
Schickt man natürliches Licht durch ein Polarisationsfilter (den Polarisator P), so erhält man linear polarisiertes Licht (siehe Versuch O 10).
Lässt man dieses Licht auf ein zweites Polarisationsfilter (den Analysator A) fallen, so wird es nur dann ungehindert hindurch gelassen, wenn die Durchlassrichtung des Analysators parallel zu der des Polarisators ist. Ist die Durchlassrichtung des Analysators dagegen um 90° gedreht („gekreuzte Stellung“ von P und A), so wird das Licht vollständig ausgelöscht.
Für den qualitativen Polarisationskontrast ist ein Mikroskop mit einem Polarisator in der Beleuchtungseinrichtung und eine Analysator oberhalb des Objektivs ausgerüstet. Beide befinden sich in gekreuzter Stellung, so dass das Gesichtsfeld ohne Präparat dunkel bleibt. Wenn aber Strukturen im Präparat die Polarisationsrichtung des Lichtes verändern, dann wird dieses Licht im Analysator nicht mehr ausgelöscht, und die Strukturen erscheinen hell oder in charakteristischen Interferenzfarben.
(Ein „Polarisationsmikroskop“ besitzt darüber hinaus Einrichtungen zum Messen von Winkeln, einen drehbaren Probentisch, eine spezielle Beleuchtung u. a.)

Die Polarisationsrichtung kann durch zwei physikalische Effekte beeinflusst werden:
(i) Optischer Aktivität ist die Eigenschaft bestimmter asymmetrisch aufgebaute Kristalle oder organischer Stoffe mit asymmetrischem Kohlenstoffatom (z.B. Zucker), beim Durchgang von linear polarisiertem Licht dessen Schwingungsrichtung zu drehen. Siehe hierzu Versuch O10.
(ii) Doppelbrechung ist eine Eigenschaft optisch anisotroper Stoffe. Diese besitzen für verschiedene Schwingungsrichtungen des Lichtes unterschiedliche Brechzahlen. Dadurch werden unpolarisierte Lichtstrahlen in zwei zueinander senkrecht linear polarisierte Teilbündel aufgespalten.
Ursachen für die Doppelbrechung sind asymmetrische Kristallgitter (z.B. bei Kalkspat), mechanische Spannung („Spannungsdoppelbrechung“) oder ein submikroskopisch anisotroper Aufbau („Formdoppelbrechung“). Letzteres tritt häufig bei biologischen Materialien auf, die eine geschichtete- oder Faserstruktur besitzen(z.B. Muskelfasern, Nervenfasern, Kollagenfasern).
Abb.5 zeigt die Schwingungsrichtungen des Lichtes, wenn eine dünne doppelbrechende Platte der Dicke d zwischen gekreuzte Polarisatoren (P und A) gebracht wird. Hinter dem Polarisator P hat das Licht die Schwingungsrichtung L. Beim Durchgang durch die Platte wird es in zwei Strahlen aufgespalten, die senkrecht zueinander polarisiert sind (Schwingungsrichtungen L_1 und L_2). Aufgrund der für beide Strahlen unterschiedlichen Brechzahlen n_1 und n_2 besteht zwischen ihnen nach Austritt aus der Platte ein Gangunterschied

$$\delta = d \cdot (n_1 - n_2) \tag{6}$$

bzw. eine Phasendifferenz von

$$\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 2\pi \frac{d}{\lambda} \cdot \left(n_1 - n_2\right). \qquad (7)$$

Die Phasenverschiebung hängt also von der Dicke der Platte und von der Wellenlänge λ des Lichtes ab.
Die beiden Teilstrahlen können zunächst nicht miteinander interferieren, da sie senkrecht zueinander polarisiert sind. (Beide Teilstrahlen zusammen nennt man auch zirkular bzw. elliptisch polarisiert.)
Der Analysator lässt von den beiden Strahlen jeweils die Anteile L_1' und L_2' hindurch. Da diese jetzt in gleicher Richtung polarisiert sind, interferieren sie miteinander.
Das Resultat hängt vom Gangunterschied δ ab. Für $\delta = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, ...$ verstärken sich beide Anteile und für $\delta = {}^1/_2\lambda, {}^3/_2\lambda, {}^5/_2\lambda, ...$ löschen sie sich aus. Im Spektrum des einfallenden weißen Lichtes werden sich folglich bestimmte Farben auslöschen und andere verstärken. Gemäß der Physiologie des Auges entstehen charakteristische Mischfarben. Bei sehr kleinen Gangunterschieden $\delta \ll \lambda$ entstehen keine Interferenzfarben.
Schwach doppelbrechende Strukturen wie z.B. Kollagenfasern führen also im Polarisationskontrast zu einer Aufhellung und können dadurch identifiziert werden. Stark doppelbrechende Strukturen wie manche Kristalle oder Knochen erscheinen farbig.

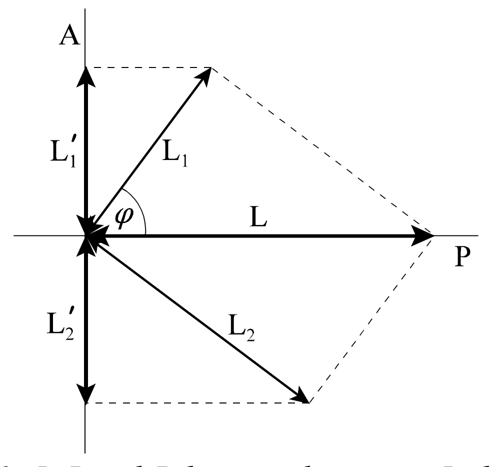


Abb. 5: *Durch* P *linear polarisiertes Licht* L *wird an einer doppelbrechenden Platte in* L_1 *und* L_2 *zerlegt. Durch den gekreuzten Analysator* A *gelangen die Anteile* L_1' *und* L_2'.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Mikroskop „Axiostar“ mit Phasenkontrasteinrichtung, Okularmikrometer und Analysator eingebaut
- Hilfsmikroskop
- Polarisationsfilter
- Objektmikrometer
- Objektträger
- Deckgläser
- Präparate: Blutausstrich, Schnitt einer Maus oder Kaninchenzunge, Hautschnitt, Sehne, Knochenschnitt, Diatomeen

3.1 Beim Mikroskop Axiostar befindet sich die Lampe hinter einer Streuscheibe im Mikroskopfuß, sie muss nicht justiert werden.
Am Kondensor befindet sich ein Blendenrevolver mit den Ringblenden Ph1, Ph2 und Ph3 für den Phasenkontrast sowie den Stellungen H für Hellfeld und DF für Dunkelfeld. Die mit Ph gekennzeichneten Objektive sind für Phasenkontrast geeignet.
Im Tubus des Mikroskops ist der Analysator für den Polarisationskontrast fest eingebaut Das Polarisator wird bei Bedarf in die Vertiefung über der Leuchtfeldblende gelegt.

3.2 Das Objektmikrometer für die Bestimmung des Abbildungsmaßstabes ist 1 mm groß mit 0,01 mm Teilung, das Okularmikrometer 10 mm mit 0,1 mm Teilung.

3.3 Diatomeen sind einzellige Kieselalgen, die in mehr als 12.000 Arten praktisch überall vorkommen. Sie weisen in ihrer Schalenkonstruktion winzige Feinststrukturen von hoher Regelmäßigkeit auf und dienen deshalb als Testobjekte für das Auflösungsvermögen von Mikroskopobjektiven.

4 Versuchsdurchführung

Hinweis:
Um Schäden an den Objekten und Objektiven zu vermeiden, führt man das Objektiv unter seitlicher Sicht dicht über das Präparat. Anschließend erfolgt die **Scharfstellung**

durch Vergrößerung des Abstandes.

4.1 Alle Einstellung werden zuerst mit dem Objektiv 10× durchgeführt. Der Kondensor ist zunächst ganz nach oben zu stellen, der Revolver muss sich in der Stellung H (Hellfeld) befinden und die Aperturblende (Hebel am Kondensorrevolver) soll etwa halb geöffnet sein.

1. Fokussieren des Okularmikrometers:
Stellen Sie mit dem Beleuchtungsstärkeregler die Helligkeit geeignet ein. Falls ein Präparat auf dem Objekttisch liegt, defokussieren Sie es, so dass es nicht zu sehen ist. Stellen Sie durch Verdrehen der Augenlinse das Okularmikrometer scharf; versuchen Sie dabei entspannt in die Ferne zu blicken. Das zweite Okular ist etwa so einzustellen wie das erste. (Wenn keine Okularmessplatte verwendet wird entfällt dieser Schritt, statt dessen sind die Augenlinsen etwa in Mittelstellung zu bringen.)

2. Legen Sie ein kontrastreiches Präparat (am besten den Blutausstrich) auf den Objekttisch. Blicken Sie mit einem Auge in das Okular mit der Messplatte und fokussieren Sie auf das Objekt. Blicken Sie nun mit dem anderen Auge in das andere Okular und stellen Sie, falls erforderlich, die Bildschärfe durch Verdrehen der Augenlinse nach.

3. Schließen Sie die Leuchtfeldblende so weit, dass sie im Sehfeld (zunächst unscharf) erscheint. Stellen sie dann den Kondensor so ein, dass die Leuchtfeldblende scharf in der Bildebene abgebildet wird. Mit Hilfe der beiden Stellschrauben am Kondensor wird das Bild der Leuchtfeldblende zentriert.
Danach öffnen Sie die Leuchtfeldblende so weit, dass sie gerade aus dem Bildfeld verschwindet.

4. Entfernen Sie ein Okular. Im Tubus sieht man nun das Bild der Aperturblende in der hinteren Brennebene des Objektivs. (Das ergibt sich aus Abb.3: Strahlen, die von einem Punkt der Aperturblende ausgehen, sind im Objekt parallel und werden folglich in der hinteren Brennebene des Objektivs vereinigt.) Schließen Sie nun die Aperturblende so weit, bis ihr Rand gerade sichtbar wird. Jetzt ist die Beleuchtungsapertur gleich der Objektivapertur.
Eine weitere Verringerung der Beleuchtungsapertur kann - objektabhängig - erforderlich sein, um einen ausreichenden Kontrast zu erzielen. Ein zu großer Durchmesser der Aperturblende führt zu überschüssigem Licht, das nicht zur Abbildung beiträgt, jedoch als Streulicht den Kontrast vermindert. Ein zu kleiner Durchmesser vermindert das Auflösungsvermögen. In den meisten Fällen erzielt man einen Kompromiss zwischen maximalem Auflösungsvermögen und maximalem Kontrast durch folgende Faustregel:
Die Beleuchtungsapertur soll etwa 2/3 der Objektivapertur betragen.

Die Einstellung der Beleuchtung nach dem KÖHLERschen Prinzip ist damit für dieses Objektiv gewährleistet.
Die Zentrierung des Kondensors und die Einstellung von Leuchtfeld- und Aperturblende müssen nach jedem Objektivwechsel wiederholt werden. Meist reicht es auch aus, den Kondensor nur für das stärkste Objektiv zu zentrieren, für alle anderen Objektive stimmt die Zentrierung dann ungefähr.
Die Bildhelligkeit sollte grundsätzlich nicht mit Hilfe der Aperturblende sondern mit dem Regler (über dem Schalter) oder mit Hilfe von Graufiltern eingestellt werden.

4.2 Zur Bestimmung der Abbildungsmaßstäbe der Objektive wird das Objektmikrometer auf den Objekttisch gelegt und das Mikroskop darauf scharf gestellt. Bei richtiger Einstellung ist keine Parallaxe (Verschiebung zwischen Okular- und Objektmikrometer bei Änderung des Blickwinkels) mehr zu sehen.
Beim Vergleich der beiden Skalen wird eine möglichst große Gegenstandsgröße G auf der Objektmikrometerskale gewählt; die dazugehörige Bildgröße B ist auf der Okularmikrometerskale abzulesen. Diese Messungen sind für alle vier vorhandenen Objektive durchzuführen.

4.3 Ein Phasenkontrastobjektiv wird in den

Strahlengang eingeschwenkt; das Okularmikrometer durch das Hilfsmikroskop ersetzt und dieses auf das Phasenplättchen scharf eingestellt. Das Hilfsmikroskop verändert den Strahlengang im Mikroskop so, dass man in die hintere Brennebene des Objektivs sieht. Am Blendenrevolver ist die zum Objektiv passende Ringblende (Ph1 bzw. Ph2) auszuwählen, die Aperturblende muss dabei voll geöffnet sein. Kontrollieren Sie, ob beim Einrasten des Blendenrevolvers das Phasenplättchen die Ringblende vollständig überdeckt. Gegebenenfalls ist die Blende nach Rücksprache mit dem Betreuer zu justieren (Justierschlüssel erforderlich).
Diese Kontrolle ist für alle drei Phasenkontrastobjektive durchzuführen. Setzt man danach wieder das Okular anstelle des Hilfsmikroskops ein, ist das Phasenkontrastmikroskop arbeitsfähig.

4.4 Bei der mikroskopischen Untersuchung von Präparaten beginnt man grundsätzlich mit der schwächsten Vergrößerung. Ist ein Objekt gefunden und fokussiert, werden bis zur erforderlichen Vergrößerung schrittweise stärkere Objektive eingesetzt.

Um die verschiedenen Kontrastierungsverfahren kennenzulernen, werden folgende Untersuchungen vorgeschlagen (der Betreuer legt fest, welche durchzuführen sind):

Vergessen Sie dabei nicht, alle Beobachtungen zu protokollieren!

1. Der Blutausstrich ist im Hellfeld zu betrachten. In der stärksten Vergrößerung werden die Durchmesser von 10 Erythrozyten bestimmt. Dabei sollten einzelne, flach liegende Erythrozyten ausgewählt werden.
Es werden die Bildgrößen in Skalenteilen (Skt.) gemessen. Später werden daraus mit Hilfe des Abbildungsmaßstabes die Objektgrößen berechnet.

2. Im Diatomeen-Präparat sind an mindestens zwei Objekten die Größen der Feinstrukturen unter Verwendung des Objektivs mit der stärksten Vergrößerung zu messen bzw. zu schätzen. Suchen Sie die kleinsten noch erkennbaren Strukturen und schätzen Sie aus deren Größe das Auflösungsvermögen des Objektivs. Beobachten (und protokollieren) Sie, wie sich die Änderung der Beleuchtungsapertur auf Kontrast und Auflösungsvermögen auswirkt. Betrachten Sie das Präparat auch im Dunkelfeld. (siehe Hinweis unter 5.)

3. Am Phasenkontrast-Präparat (junge Maus oder Kaninchen-Geschmacksknospen, gekennzeichnet mit PHAKO) ist mit und ohne Phasenkontrast zu untersuchen, welche Strukturdetails erkennbar sind. (z.B. bestimmte Organe, Zellen, Zellkerne)

4. Der gefärbte Schnitt einer Sehne ist im Hellfeld und mit Polarisationskontrast zu betrachten. Dazu wird das Polarisationsfilter auf die Leuchtfeldblende gelegt und so gedreht, dass das Gesichtsfeld ohne Präparat bei maximaler Beleuchtungsstärke dunkel ist. Die Aperturblende muss dazu etwas geschlossen werden. Die Doppelbrechung im Sehnengewebe wird durch Kollagen hervorgerufen.

5. Der gefärbte Knochenschnitt ist im Hellfeld, Dunkelfeld und Polarisationskontrast zu untersuchen.
Für Dunkelfeldkontrast ist maximale Beleuchtung erforderlich, die Aperturblende muss vollständig geöffnet sein. Falls das Gesichtsfeld (mit Präparat) ungleichmäßig und/oder farbig ausgeleuchtet erscheint, muss der Kondensor etwas verstellt werden. (Die richtige Zentrierung des Kondensors und Einstellung der Leuchtfeldblende entspr. 4.1 wird immer vorausgesetzt.)

6. Ein Haar wird mit einem Tropfen Wasser auf einen Objektträger gelegt und mit einem Deckglas abgedeckt. (Ein Deckglas der Standarddicke 0,17 mm ist erforderlich bei entsprechend korrigierten Objektiven, die mit /0.17 gekennzeichnet sind.)
Der Durchmesser des Haares ist an 10 verschiedenen Stellen zu bestimmen.

5 Auswertung

5.2 Die Abbildungsmaßstäbe der Objektive

werden nach Gl. (3) berechnet und mit den Angaben auf den Objektiven verglichen.

5.4 Aus den 10 Einzelmessungen der Erythrozyten und des Haares sind Mittelwert und Standardabweichung und daraus m.H. des Abbildungsmaßstabes nach Gl. (3) die Größen in µm zu berechnen. Welche Bedeutung hat hier die Standardabweichung?
Aus der numerischen Apertur des verwendeten Objektivs ist nach (4) und nach (5) das theoretische Auflösungsvermögen zu berechnen und mit dem am Diatomeen-Präparat abgeschätzten Wert zu vergleichen.

6 Literaturangaben

Gerlach, D.: Das.Lichtmikroskop, Georg Thieme Verlag, 1985

Eichler, Kronfeld, Sahm: Das Neue Physikalische Praktikum, Springer, Berlin etc. 2001

7 Kontrollfragen

7.1 Wodurch werden die Vergrößerung und das Auflösungsvermögen eines Mikroskops bestimmt?

7.2 Was versteht man unter einer förderlichen Vergrößerung, und wie groß ist sie bei einem Objektiv mit Ölimmersion ($n \cdot \sin \alpha$ = 1,3 ; λ=500nm)?

7.3 Wozu dienen Leuchtfeld- und Aperturblende?

7.4 Welche Kontrastierungsverfahren gibt es und wofür setzt man sie ein?

Polarimeter und Refraktometer O 10

1 Aufgabenstellung

1.1 Die Konzentration einer wässrigen Zuckerlösung (Saccharose) ist mit dem Polarimeter zu bestimmen.

1.2.1 Das Refraktometers ist mit Hilfe eines Glasstandards zu justieren.

1.2.2 Die Brechzahl von Glycerol-Wasser-Gemischen ist in Abhängigkeit von der Konzentration mit dem Refraktometer zu bestimmen.

1.2.3 Von einem vorgegebenen Glycerol-Wasser-Gemisch ist die Konzentration zu ermitteln.

2 Grundlagen

2.1 Aus normalem, unpolarisiertem Licht erzeugt man linear polarisiertes Licht durch Reflexion an einem durchsichtigen Stoff unter dem BREWSTERschen Winkel, durch Doppelbrechung (NICOLsches Prisma, siehe Literaturangaben) oder mit Hilfe von Polarisationsfiltern auf der Basis dichroitischer Folien.
Unter Dichroismus versteht man die Eigenschaft mancher doppelbrechender Stoffe, einen der beiden senkrecht zueinander linear polarisierten Teilstrahlen zusätzlich stark zu absorbieren, während der andere fast ungeschwächt hindurchgeht. Dichroismus lässt sich künstlich erzeugen in Polymerfilmen, deren Makromoleküle parallel ausgerichtet sind (Formdoppelbrechung, siehe Versuch O4). Damit lassen sich preiswerte Polarisationsfilter herstellen, die einen Polarisationsgrad von über 99% aufweisen.

Optisch aktive Substanzen sind Stoffe, die beim Durchgang von linear polarisiertem Licht dessen Schwingungsrichtung drehen. Diese optische Aktivität kann hervorgerufen werden durch asymmetrische Molekülstrukturen (z.B. bei asymmetrischen Kohlenstoff-

atomen) oder durch die schraubenförmige Anordnung von Gitterbausteinen. Manche Substanzen, von denen zueinander spiegelbildliche Isomere existieren (chirale Verbindungen), gibt es in einer rechtsdrehenden (+) und einer linksdrehenden (−) Variante. Beispiele sind die verschiedenen Zucker und Milchsäure.

Bei Lösungen von optisch aktiven Substanzen hängt der Drehwinkel von der Art des Stoffes, von der Dicke der durchstrahlten Schicht (Länge l des Polarimeterrohrs), von der Konzentration c und von der Wellenlänge λ ab. Diese Wellenlängenabhängigkeit nennt man Rotationsdispersion. Blaues Licht wird stärker gedreht als rotes.

Für den Drehwinkel φ gilt:

$$\varphi = k \cdot l \cdot c \,. \qquad (1)$$

Die Materialgröße k heißt spezifische Drehung oder spezifisches Drehvermögen, sie hängt von der Wellenlänge ab.

2.2 Die Brechzahl n eines Stoffes ist definiert als das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_0 zur Lichtgeschwindigkeit c im Stoff:

$$n = \frac{c_0}{c} \,. \qquad (2)$$

Sie ist abhängig vom Material und von der Wellenlänge λ des Lichtes (Dispersion). In einer Lösung ist die Brechzahl von der Konzentration (d. h. vom Mischungsverhältnis) abhängig. Die Messung der Brechzahl eignet sich deshalb in manchen Fällen für genaue und einfach durchführbare Konzentrationsmessungen. Anwendungen sind z. B. die Bestimmung des Gesamteiweißgehaltes im Blutserum in der Medizin oder die Bestimmung des Zuckergehaltes im Traubensaft in der Winzerei.

Beim Übergang des Lichtes von einem optisch dünneren Medium mit der Brechzahl n_1 zu einem optisch dichteren Medium mit der Brechzahl n_2 ($n_2 > n_1$) werden die Lichtstrahlen zum Einfallslot hin gebrochen (Abb.1). Bezeichnet man den Einfallswinkel mit α und den Brechungswinkel mit β, so lautet das Brechungsgesetz:

$$n_1 \cdot \sin\alpha = n_2 \cdot \sin\beta \,. \qquad (3)$$

Für den größtmöglichen Einfallswinkel $\alpha = 90°$ (streifender Lichteinfall) ergibt sich ein maximaler Brechungswinkel β_{Gr}.

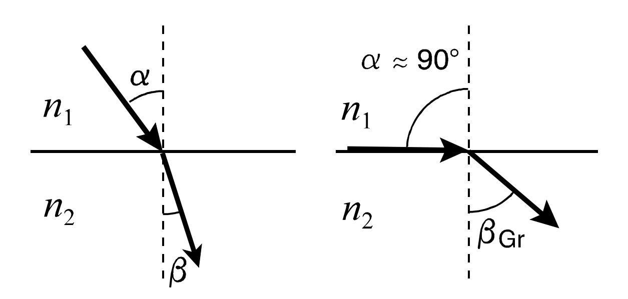


Abb. 1: *Strahlengang der Brechung für $n_2 > n_1$. links: allgemeiner Fall, rechts: streifender Lichteinfall*

Den Strahlengang in Abb.1 kann man auch umkehren: vom optisch dichteren Medium (n_2) zum optisch dünneren Medium (n_1), Einfallswinkel β, Ausfallswinkel α. Für $\beta > \beta_{Gr}$ wird kein Licht in das optisch dünnere Medium gebrochen, denn das Brechungsgesetz (3) kann nicht erfüllt werden. Statt dessen wird das Licht an der Grenzfläche vollständig reflektiert. β_{Gr} heißt deshalb Grenzwinkel der Totalreflexion.

Aus dem Brechungsgesetz ergibt sich:

$$\sin\beta_{Gr} = \frac{n_1}{n_2} \,. \qquad (4)$$

Bei bekannter Brechzahl n_2 (Messprisma des Refraktometers) kann somit durch die Messung des Grenzwinkels β_{Gr} die Brechzahl n_1 des anderen Mediums (der Messflüssigkeit) bestimmt werden.

Zur Messung des Grenzwinkels beleuchtet man die Grenzfläche durch eine Mattscheibe mit rauer Oberfläche (siehe Abb.2). Die Lichtstrahlen treffen dann unter allen möglichen Einfallswinkeln zwischen 0° und 90° auf die Grenzfläche. Somit können alle Brechungswinkel zwischen 0° und β_{Gr} auftreten. Wenn man durch ein Fernrohr unter

dem Winkel β_{Gr} auf die Grenzfläche blickt, sieht man eine Hell-Dunkel-Grenze; diese lässt sich leicht ausmessen.

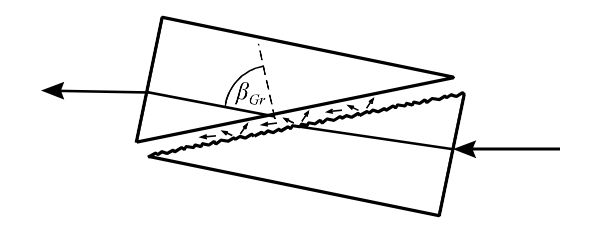


Abb. 2: *Strahlengang am Abbe-Refraktometer*

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:
- Polarimeter mit Natrium-Spektralleuchte
- Polarimeterrohr
- Flasche mit Zuckerlösung
- Refraktometer nach ABBE
- 2 Büretten mit Glycerol und aqua dest.
- diverse Glasgeräte
- Fläschchen mit Glycerol-Wasser-Gemisch unbekannter Konzentration
- Kalibrierkörper
- Fläschchen mit Zimtöl

3.1 Das Polarimeter besteht aus einer monochromatischen Lichtquelle (Na-D-Licht, $\lambda = 589{,}3$ nm), einem Polarimeterrohr, einem Polarisator und einem drehbaren Analysator mit Winkelmesseinrichtung.
Stehen die Schwingungsrichtungen (Durchlassrichtungen) von Polarisator und Analysator senkrecht zueinander (gekreuzt), so ist das Gesichtsfeld im Polarimeter dunkel.
Bringt man dann zwischen Polarisator und Analysator das Polarimeterrohr mit der Lösung des optisch aktiven Stoffes (Zuckerlösung), so wird das Gesichtsfeld aufgehellt, da die Schwingungsrichtung des linear polarisierten Lichtes um den Winkel φ gedreht wurde. Dreht man den Analysator um diesen Winkel φ nach, so ist das Gesichtsfeld wieder dunkel. Auf diese Weise lässt sich der Drehwinkel φ messen.
Da die Einstellung des Gesichtsfeldes auf maximale Dunkelheit oder Helligkeit ohne Vergleich sehr ungenau ist, benutzt man im Polarimeter ein dreigeteiltes Gesichtsfeld (siehe Abb.3). Dazu besteht der Polarisator aus zwei um 10° gegeneinander versetzten Polarisationsfolien (Halbschattenpolarimeter). Während des Messvorganges wird der Drehwinkel des Analysators so eingestellt, dass sich die drei Teile des Gesichtsfelds nicht unterscheiden (gleiche Resthelligkeit) und die Trennlinien nahezu verschwinden. Bei einer geringen Drehung in eine Richtung muss der mittlere Teil heller und bei geringer Drehung in die entgegengesetzte Richtung dunkler als die äußeren Teile werden.
Zur genauen Ablesung des Winkels für den Umschlagpunkt ist die Winkelmesseinrichtung am Analysator mit einem Nonius ausgestattet, mit dessen Hilfe der Winkel auf $0{,}05^\circ$ genau abgelesen werden kann.

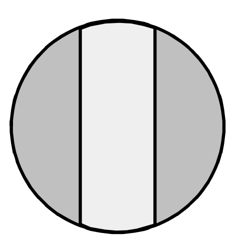


Abb. 3: *Dreigeteiltes Gesichtsfeld im Polarimeter*

3.2 Das Refraktometer besteht im wesentlichen aus
- einem Beleuchtungsprisma mit einer rauen Oberfläche,
- einem Messprisma, dessen Brechzahl n_2 größer sein muss als die Brechzahl n_1 der Messflüssigkeit,
- einem schwenkbaren Fernrohr mit Winkelmesseinrichtung, wobei auf der gemäß (4) kalibrierten Skale Brechzahlen abgelesen werden können,
- einer Einrichtung (AMICI-Prismenpaar) zur Kompensation der Dispersion (Farbsäume).

Der Grenzwinkel der Totalreflexion β_{Gr} erscheint im Fernrohr als Grenzlinie zwischen dem hellen und dem dunklen Bereich des Sehfeldes.
Eine einfache Prüfung der Justierung der

Refraktometers kann mit destilliertem Wasser erfolgen, dessen Brechzahl beträgt n = 1,333. Zur exakten Justierung des Refraktometers dient ein Justierkörper aus Glas mit genau bekannter Brechzahl. Zur Messung muss dieses an das Messprisma angekoppelt werden mit Hilfe einer Flüssigkeit, deren Brechzahl höher als die des Kalibrierkörpers ist (Bromnaphtalin, n = 1,66 oder Zimtöl, n = 1,58).

4 Versuchsdurchführung

4.1 Zu Beginn wird die Na-Spektralleuchte eingeschaltet; nach ca. 5 min erreicht die Lampe ihre maximale Helligkeit.
Durch Verdrehen des Okularringes wird das Gesichtsfeld scharfgestellt. Die Nullstellung des Polarimeters wird bestimmt, indem man ohne Polarimeterrohr die Einstellung des Gesichtsfeldes wie in 3.1 beschrieben vornimmt (Umschlagpunkt einstellen) und den dazugehörigen Winkel φ_0 abliest. Die Messung ist 5 mal zu wiederholen.
Das Polarimeterrohr soll möglichst blasenfrei mit Zuckerlösung gefüllt werden. Dazu hält man das Rohr senkrecht und füllt es vollständig. Das Glasfenster (ohne Schraubkappe) wird seitlich über die Öffnung geschoben und überflüssige Lösung mit Zellstoff entfernt. Danach wird das Rohr (nicht zu fest) zugeschraubt und in das Polarimeter eingelegt. Eine verbleibende kleine Blase kann in die Verdickung des Polarimeterrohres gebracht werden.
Nach dem erneuten Scharfstellen des Gesichtsfeldes wird der Analysator nachgedreht und wieder der Umschlagpunkt eingestellt. Der zugehörige Winkel φ_m ist abzulesen. Auch diese Messungen werden 5 mal durchgeführt.
Der Drehwinkel φ ergibt sich dann als Differenz der Mittelwerte von φ_m und φ_0:

$$\varphi = \overline{\varphi}_m - \overline{\varphi}_0 \,. \qquad (5)$$

Die Länge des Polarimeterrohres ist zu messen.
Nach den Messungen wird die verwendete Zuckerlösung in die Flasche zurückgefüllt und das Polarimeterrohr mit Wasser ausgespült; das Rohr ist offen zu lassen.

4.2 Das Refraktometer wird so hingestellt, dass sich die beiden Prismen auf der rechten Seite befinden. Die Lichteintrittsöffnung der Skalenbeleuchtung (links oben) muss aufgeklappt sein.
Die Prismen werden auseinander geklappt, das Beleuchtungsprisma mit der rauen Oberfläche (unten) wird etwa waagerecht eingerichtet. Nun bringt man 1-2 Tropfen der Messflüssigkeit auf das Beleuchtungsprisma, danach wird das Beleuchtungsprisma auf das Messprisma geklappt und der Riegel geschlossen (ohne Kraftaufwand!).
Der Beleuchtungsspiegel ist so einzurichten, dass die rechteckige Lichteintrittsöffnung ausgeleuchtet wird. Durch Verdrehen der Okulare wird die Skale im Ablesemikroskop (links) und das Fadenkreuz im Fernrohr (rechts) scharfgestellt.
Nun wird die Grenzlinie zwischen Hell- und Dunkelfeld im Fernrohr aufgesucht. Ein evtl. vorhandener Farbsaum wird durch Verstellen der AMICI-Prismen (kleiner Rändelknopf rechts) beseitigt. Die Hell-Dunkel-Gernze wird mit Hilfe des großen Rändelknopfes (links) auf die Mitte des Fadenkreuzes eingestellt und die dazugehörige Brechzahl wird abgelesen.

Zur Prüfung der Justierung des Refraktometers wird nach sorgfältigem Säubern ein kleines Tröpfchen Zimtöl auf das Messprisma gebracht, der Kalibrierkörper mit seiner großen polierten Fläche darauf gelegt und leicht angedrückt, so dass es fest auf dem Messprisma haftet. Zur Verbesserung der Beleuchtung kann man das Beleuchtungsprisma mit einer Hand ganz nach oben schwenken und festhalten.
Die Brechzahl des Justierkörpers ist zu messen und mit dem eingravierten Wert zu vergleichen. Falls eine deutliche Abweichung festgestellt wird, muss nach Absprache mit dem Betreuer das Refraktometer neu justiert werden.

Es werden die Brechzahlen für folgende Flüssigkeiten gemessen:

- aqua dest.,
- reines Glycerol,
- 5 Glycerol-Wasser-Gemische:
  4:1, 4:2, 4:4, 4:8, 4:16 und
- ein Glycerol-Wasser-Gemisch unbekannter Konzentration.

Für das Gemisch 4:1 nimmt man 4 ml Glycerol und 1 ml aqua dest., die weiteren Gemische werden durch Verdünnung mit Wasser hergestellt.
Jede Brechzahl ist 5 mal zu messen (jeweils Neueinstellung mit großem Rändelknopf). Bei Wechsel der Messflüssigkeit und am Ende sind die Prismen sorgfältig zu reinigen.

4.3 Die Brechzahl des Glycerol-Wasser Gemisches unbekannter Zusammensetzung ist ebenfalls fünf mal zu messen.

5 Auswertung

5.1 Die Konzentration c (in g/l) der Zuckerlösung wird nach den Gleichungen (1) und (5) berechnet.
Das spezifisches Drehvermögen von Saccharose ($C_{12}H_{22}O_{11}$) beträgt bei $\lambda = 589{,}3$ nm $k = 66{,}456$ grad ml dm^{-1} g^{-1}.

5.2 Die Brechzahlen sind in Abhängigkeit von der Volumenkonzentration grafisch darzustellen.

Mit Hilfe des Diagramms wird die Konzentration des unbekannten Glycerol-Wasser-Gemisches bestimmt. Die Konzentration ist in Vol.-% Glycerol anzugeben.

6 Literatur

Grimsehl, E.: Lehrbuch der Physik. Bd 3, B.G. Teubner, Leipzig 1978

W. Schenk, F. Kremer: Physikalisches Praktikum. Teubner+Vieweg Verlag 2011

7 Kontrollfragen

7.1 Was ist Licht?

7.2 Wie kann linear polarisiertes Licht erzeugt werden?

7.3 Was ist Brechung, wann tritt Totalreflexion auf?

7.4 Welche störenden Effekte kann Dispersion im Refraktometer hervorrufen?

Fourier-Analyse M 25

1 Aufgabenstellung

1.1 Mit Hilfe des Computer-Programms ‘Origin’ sind zwei Messsignale zu simulieren: eine Schwebung (Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen) und ein symmetrisches Rechtecksignal.

1.2 Es ist eine Fourier-Analyse der beiden Signale sowie des mittels FFT-Tiefpass gefilterten Rechtecksignals durchzuführen.

1.3 Der Klang zweier gleichzeitig schwingender Stimmgabeln ist zu messen, die Frequenzen sind durch Fourier-Analyse zu bestimmen.

1.4 Mindestens drei verschiedene Geräusche, die durch Singen oder durch Instrumente erzeugt werden, sind zu messen und mittels Fourier-Analyse zu untersuchen.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Die Fourier-Analyse ist ein fundamentales Hilfsmittel in den verschiedensten naturwissenschaftlichen Gebieten. Jede periodische Funktion mit der (größten oder Grund-) Periode $T = 2\pi/\omega$ lässt sich in eine Fourier-Reihe entwickeln:

$$y(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos(n\omega t)+b_n\sin(n\omega t)\right] \quad (1)$$

mit den Fourier-Koeffizienten

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T y(t)\cos(n\omega t)\,\mathrm{d}t$$
$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T y(t)\sin(n\omega t)\,\mathrm{d}t\,. \quad (2)$$

Mit Hilfe der Identitäten

$$\cos x = \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{ix}+\mathrm{e}^{-ix}\right),$$
$$\sin x = \frac{1}{2i}\left(\mathrm{e}^{ix}-\mathrm{e}^{-ix}\right) \quad (3)$$

lässt sich (1) umformen in die Exponentialform

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n\, e^{in\omega t} \quad (4)$$

mit den komplexen Fourierkoeffizienten

$$c_n = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(a_n - i b_n\right); & n>0 \\ \frac{1}{2}\left(a_{-n} + i b_{-n}\right); & n<0 \end{cases} \quad (5)$$
$$c_n = \frac{1}{T}\int_0^T y(t)\, e^{-in\omega t}\mathrm{d}t\,.$$

Man beachte, dass hier n von -∞ bis +∞ läuft; jedoch sind die Realteile und die Beträge der Imaginärteile für positive und für negative n gleich.
Die a_n heißen reelle oder gerade (wegen der geraden Kosinusfunktion), die b_n imaginäre oder ungerade Fourierkoeffizienten.

Eine alternative Darstellung der Fourier-Reihe ist m. H. von Sinusfunktionen mit unterschiedlichen Phasen φ möglich: Mit den Amplituden r_n und Phasen φ_n

$$r_n = \sqrt{a_n^{\,2}+b_n^{\,2}}\,,\quad \varphi_n = \arctan\left(\frac{a_n}{b_n}\right) \quad (6)$$

wird aus (1)

$$y(t) = \frac{r_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} r_n \sin(n\omega t + \varphi_n)\,. \quad (7)$$

Die Darstellung der Fourierkoeffizienten in Abhängigkeit von der Frequenz $f=n\omega/2\pi$ nennt man (Frequenz-) Spektrum; die Spektren der a_n, b_n, r_n und φ_n heißen auch Kosinus-

spektrum, Sinusspektrum, Amplitudenspektrum und Phasenspektrum.

2.2 Diskrete Fourier-Transformation:
In der messtechnischen Praxis liegt die Funktion $y(t)$ meist nicht als kontinuierliche (d.h. mathematische) Funktion, sondern als eine Reihe von N zeitlich äquidistanten Messpunkten, als so genanntes Abtastsignal $y_k = y(k{\cdot}\Delta T)$ $(k = 0 \ldots N\text{-}1)$ vor. ΔT ist der Abstand zwischen zwei Messpunkten,

$$R = \frac{1}{\Delta T} \qquad (8)$$

bezeichnet man als Abtastfrequenz oder Abtastrate.
Bei der Berechnung der Fourierkoeffizienten aus Abtastsignalen wird das Integral (5) durch ein Summation ersetzt:

$$c_n = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} y_k \cdot e^{-in\omega k \Delta T} \,. \qquad (9)$$

Die größte (oder Grund-) Periode T wird hierbei mit der Gesamtdauer des Messsignals t_M (Messzeit) identifiziert, d. h.

$$T = t_M = N \cdot \Delta T \,. \qquad (10)$$

Daraus ergibt sich die Grundfrequenz

$$\omega = \frac{2\pi}{t_M} \,. \qquad (11)$$

Gleichung (9) definiert die diskrete Fouriertransformation $y_k \rightarrow c_n$. Die Darstellung der Messdaten $y_k = y(k{\cdot}\Delta T)$ nennt man auch Darstellung im Zeitbereich, die der transformierten Daten $c_n = c(n{\cdot}\Delta f)$ (mit $\Delta f = \omega/2\pi$) Darstellung im Frequenzbereich. Oft werden an Stelle der komplexen c_n nur die Amplituden r_n (siehe(5) und (6)) dargestellt.
Die Berechnung des Amplitudenspektrums aus einem Messsignal nennt man harmonische Analyse. Es ist auch der umgekehrte Weg möglich, d.h. die Berechnung des ursprünglichen Signals aus dem Frequenzspektrum m.H. der inversen diskreten Fouriertransformation. Dieses wird auch als harmonische Synthese bezeichnet. Mit Hilfe der Schritte (i) harmonische Analyse, (ii) Begrenzung des Spektrums, (iii) harmonische Synthese, lassen sich digitale Filter (Tiefpass, Hochpass, Bandpass) konstruieren.

Für die praktische Anwendung der diskreten Fourier-Transformation sind folgende Betrachtungen wichtig:
Zur Berechnung eines Fourierpolynoms vom Grad m (d. h. mit $2m$+1 linear unabhängigen Koeffizienten) muss man $N = 2m$+1 Abtastwerte kennen. Hieraus folgt unmittelbar das SHANNONsche Abtasttheorem, das besagt, dass die Abtastfrequenz größer sein muss als das Zweifache der höchsten im Signal enthaltenen Frequenz. Umgekehrt gilt für die höchste im Spektrum enthaltene Frequenz:

$$f_{\max} = \frac{1}{2} R \,. \qquad (12)$$

Der Abstand zwischen zwei Punkten im Frequenzstektrum, d. h. die Genauigkeit, mit der eine Frequenz bestimmt werden kann, ist nach (11)

$$\Delta f = \frac{1}{t_M} \,. \qquad (13)$$

2.3 FFT:
Abtastsignale stellen in der Regel große Datenmengen ($10^3 \ldots 10^6$ Messpunkte) dar. Der Rechenaufwand für eine Fourieranalyse nach Gl. (9) ist $\sim N^2$, da N Gleichungen mit N Termen zu lösen sind. Damit ist die Berechnung einer Fourieranalyse großer Messreihen selbst für moderne Computer sehr aufwendig. Unter der Bezeichnung FFT (fast fourier transformation) sind spezielle Algorithmen entwickelt worden, bei denen der Rechenaufwand nur $\sim N{\cdot}\log N$ ist. Dafür ist es jedoch erforderlich, dass die Anzahl der Abtastwerte eine Potenz von 2 ist: $N = 2^\nu$.
Die Implementierung der FFT in einem Computerprogramm ist für den Anwender meist eine "black box", d.h. der genaue Algorithmus ist nicht bekannt. Liegen $N = 2^\nu$ Abtastwerte vor und ist die Messzeit $N{\cdot}\Delta T$ ein ganzzahliges Vielfaches der Perioden $2\pi/\omega$ aller im Signal vorhandenen Frequen-

zen, so ist das Ergebnis exakt. Im Allgemeinen ist das jedoch nicht der Fall, das Ergebnis der FFT kann deshalb vom tatsächlichen Frequenzspektrum abweichen. Diese Abweichungen (z.B. Peakverbreiterung im Frequenzspektrum) können durch Vergrößerung der Abtastrate und der Messzeit sowie durch verschiedene mathematische "Tricks" (z.B. Fensterfunktionen, geeignete Ergänzung zu $N = 2^{v}$; siehe Literaturhinweise) minimiert werden.

2.4 Schwebung**:**
Werden zwei harmonische Schwingungen y_1 und y_2 mit den (nicht sehr verschiedenen) Kreisfrequenzen $\omega_1 = 2\pi f_1$ und $\omega_2 = 2\pi f_2$ überlagert, so entsteht eine Schwebung (siehe hierzu Versuch M22, Abschnitt 2.1).
Mit Hilfe einer Fourier-Analyse können die beiden Frequenzen f_1 und f_2 bestimmt werden.

2.5 Das symmetrischen Rechtecksignal der Form

$$y(t) = \begin{cases} +a & \text{für} \quad 0 \le t \bmod T < 0{,}5 \\ -a & \text{für} \quad 0{,}5 \le t \bmod T < 1 \end{cases} \tag{14}$$

(t mod T bedeutet der Rest von t/T) ist eine ungerade Funktion, da $y(t) = -y(-t)$. Die Entwicklung in eine Fourierreihe enthält folglich nur Sinusfunktionen:

$$y(t) = \frac{4a}{\pi} \cdot \left[\sin(\omega_0 t) + \frac{1}{3}\sin(3\omega_0 t) + \frac{1}{5}\sin(5\omega_0 t) + \ldots \right] \tag{15}$$

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:
- Computer mit Software Origin und Cassy-Lab
- 2 gleiche Stimmgabeln auf Resonanzkasten
- 1 Klemmreiter zum Verstimmen einer Stimmgabel
- Monochord (mit je 1 Stahlsaite und 1 Perlonsaite bespannt)
- Geigenbogen
- eventuell mitgebrachte Musikinstrumente, Pfeifen o. Ä.
- 1 Messmikrofon
- 1 SensorCassy

3.1 und **3.2:** Die Berechnung simulierter Messsignale und deren Analyse erfolgen mit dem Programm Origin.

3.3 und **3.4:** Als Sensor zur Messung verschiedener Geräusche dient das batteriebetriebene Messmikrofon in der Betriebsart ~. Es wird an einen Spannungseingang des SensorCassy angeschlossen. Aufzeichnung und Auswertung der Signale erfolgen mit dem Programm CassyLab.

4 Versuchsdurchführung

4.1. Im Origin-Worksheet werden je zwei Sekunden einer Schwebung $y = y_1 + y_2$ entsprechend Gl.(1-2) in M22 und eines Rechtecksignals entsprechend Gl.(14) mittels 'Set Column Values' berechnet. Die Datensätze (ein gemeinsamer Zeit-Datensatz und zwei für die beiden Signale) sollen aus jeweils 1024 Werten bestehen. Für die Schwebung sind die beiden Frequenzen f_1 und f_2 geeignet zu wählen, so dass das Signal ähnlich wie Abb.1 zu Versuch M22 aussieht (etwa f_1 = 20 ... 50 Hz, $f_2 \approx 1{,}1 \cdot f_1$). Das Rechtecksignal soll eine Frequenz von 1 Hz haben.

4.2 Die Fourier-Analyse erfolgt mittels 'FFT...' im Menü 'Analysis'. Damit der vom Programm verwendete Formalismus mit der Darstellung in 2.2 übereinstimmt, müssen folgende Eigenschaften der FFT eingestellt sein: Windowing Methode = Rechteck, ✓Amplitude normieren, ✓Ergebnis verschieben, Faktor expon. Phase = +1.

Für den FFT-Tiefpass wählen Sie 'FFT Filter' im Analysis-Menü für die Grafik. Es soll eine Grenzfrequenz von 10 Hz verwendet werden.

4.3 Die Tonhöhe einer der Stimmgabeln wird durch den Klemmreiter so verändert, dass eine deutlich hörbare Schwebung entsteht. Das Messmikrofon wird vor der Öff-

nung beider Resonanzkästen positioniert und durch den Taster eingeschaltet (es schaltet sich nach ca. 30 min automatisch ab). Damit der Mikrofonverstärker linear arbeitet (und nicht selbst Oberwellen erzeugt), sollte er maximal ±1 V ausgesteuert werden. In Cassy-Lab sind Messbereich, Intervall und Messzeit geeignet zu wählen. Beachten Sie Gl. (12) und (13)! Maximal können 16000 Messwerte erfasst und verarbeitet werden.

Die Auswertung der Messreihe mittels Fourier-Analyse ist sofort durchzuführen, eventuell muss die Messung mit veränderter Schwebungsfrequenz wiederholt werden.

4.4 Die mit verschiedenen Mitteln erzeugten Töne werden wie unter 4.3 aufgezeichnet und analysiert. Stehen keine Instrumente zur Verfügung, so kann man z.B. verschiedene Vokale mit konstanter Lautstärke und Tonhöhe ins Mikrofon singen.

Weitere Experimentiermöglichkeiten:

Der Anzahl der untersuchten Geräusche ist keine Grenze gesetzt. Versuchen Sie Konsonanten und Zischen!

Die FFT-Filterung in Origin kann man mit dem gleichen Ergebnis auch manuell durchführen. Dazu sind drei Schritte erforderlich: (i) FFT des Signals, (ii) Bearbeitung des Spektrums (für einen 10 Hz-Tiefpass werden einfach alle Koeffizienten für f>10 Hz Null gesetzt), (iii) inverse FFT. Beachten Sie hierbei die Hinweise 'Performing a Backward FFT' in der Hilfe zu Origin.

Führen Sie in Origin eine FFT und anschließend eine inverse FFT mit Signalen durch, die nicht in einer Anzahl von 2^{ν} Abtastwerten vorliegen, und beobachten Sie, wie Origin mit solchen Messreihen umgeht.

Analysieren Sie ein harmonisches Signal, dessen Grundperiode nicht ganzzahlig in der Messzeit enthalten ist und setzen Sie eine Hanning-Funktion zur Verringerung des Leckeffektes (Peakverbreiterung) ein.

5 Auswertung

5.1 Die beiden Signale sind grafisch darzustellen.

5.2 Das gefilterte Rechteck-Signal ist gemeinsam mit dem Ausgangssignal darzustellen.
Das Kosinus- und das Sinusspektrum (Real und Imaginärteil der komplexen Koeffizienten) aller drei Signale ist jeweils in einer Grafik darzustellen. Die Ergebnisse sind zu bewerten.
Die FFT von N Abtastwerten liefert $2{\cdot}N$ Koeffizienten, von denen jedoch nur die erste Hälfte (bis $N/2$) physikalisch relevant ist. Die zweite Hälfte wird üblicherweise entsprechend (4) als Spektrum für negative Frequenzen interpretiert und wird nicht mit grafisch dargestellt. (Für die Ausführung einer inversen FFT sind jedoch beide Anteile erforderlich.) Dies muss bei der Darstellung von Real- und Imaginärteil der Fourierkoeffizienten berücksichtigt werden

5.3 Aus dem Amplitudenspektrum sind die Schwingungsfrequenzen beider Stimmgabeln einschließlich der Messunsicherheiten zu ermitteln.

5.4 Die charakteristischen Eigenschaften der Fourierspektren der verschiedenen Geräusche sind zu diskutieren.

6 Literatur

Eichler, Kronfeldt, Sahm: Das Neue Physikalische Praktikum. Springer 2001

Bartsch, H.J.: Taschenbuch mathematischer Formeln. Fachbuchverlag Leipzig, 2001

Brigham, E.O.: FFT, Schnelle-Fourier-Transformation. R Oldenbourg, München 1989

7 Kontrollfragen

7.1 in welcher Beziehung stehen die verschiedenen Arten von Fourierkoeffizienten miteinander?

7.2 Welchen Einfluss haben die Messparameter (Parameter der Signalabtastung) auf die bei der Fourieranalyse erzielbare Frequenzgenauigkeit und die obere Grenzfrequenz?

7.3 Welche Fehler und Einschränkungen gibt es bei der Fourieranalyse mittels FFT?

Millikan-Versuch E 19

1 Aufgabenstellung

1.1 Die Variationsbreite der Tröpfchenradien ist zu untersuchen.

1.2 Die elektrische Ladung von mindestens 40 Öltröpfchen ist zu bestimmen. Aus den Ergebnissen ist die Elementarladung zu ermitteln.

2 Physikalische Grundlagen

Die Größe der Elementarladung *e* wurde 1910 erstmals präzise von ROBERT ANDREWS MILLIKAN mit der nach ihm benannten Öltröpfchenmethode bestimmt. Unter anderem für diese Arbeit erhielt MILLIKAN 1923 den Nobelpreis.

2.1 Befindet sich ein geladenes Öltröpfchen (Radius *r*, Masse *m*, Ladung *q*) zwischen den Platten eines Kondensators in einem vertikal gerichteten elektrischen Feld, so wirken folgende Kräfte: die Schwerkraft und die Auftriebskraft (die zusammengefasst werden können), die Reibungskraft und die elektrische Kraft.

Der Einheitsvektor $\vec{k}$ zeige nach oben in Richtung der vertikalen Koordinatenachse. Dann ist die vektorielle Summe aus Schwerkraft und Auftrieb

$$\vec{F}_G + \vec{F}_A = -\frac{4}{3}\pi r^3 \left(\rho_{Öl} - \rho_L\right) g \cdot \vec{k} . \quad (1)$$

Dabei ist g die Fallbeschleunigung, ρ und ρ_L sind die Dichten von Öl und Luft.
Die Reibungskraft ist nach Stokes gleich

$$\vec{F}_R = -6\pi\,\eta\, r\,\vec{v} , \quad (2)$$

wobei im Versuch η die Viskosität der Luft ist und $\vec{v}$ die Geschwindigkeit des Öltröpfchens. Abhängig von der elektrischen Kraft kann $\vec{v}$ nach oben oder nach unten gerichtet sein.

Die durch das elektrische Feld $\vec{E}$ auf die Ladung q ausgeübte Kraft ist

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E} , \quad (3)$$

wobei die Ladung q positiv oder negativ sein kann.
Die Sink- bzw. Steig-Geschwindigkeit eines geladenen Öltröpfchens im Kondensator ergibt sich aus der Bedingung

$$\vec{F}_G + \vec{F}_A + \vec{F}_R + \vec{F}_E = 0 . \quad (4)$$

Da neben der Ladung q auch der Tröpfchenradius r unbekannt ist, sind für die Ermittlung der Ladung zwei unabhängige Messungen an einem Tröpfchen nötig.

Im Folgenden bedeuten $v = |\vec{v}|$ und $qE = |\vec{F}_E|$ die (positiven) Beträge der Vektoren.

2.2 Bei der Sink-Steig-Methode ergeben sich Radius und Ladung eines ausgewählten Tröpfchens aus zwei gemessenen konstanten Geschwindigkeiten dieses Tröpfchens: einer Sinkgeschwindigkeit v_1 ohne elektrisches Feld und einer Steiggeschwindigkeit v_2 bei nach oben gerichteter elektrischer Kraft.

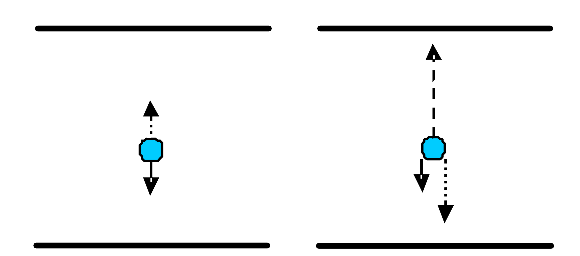


Abb. 1: *Feldkraft (gestrichelt), Reibungskraft (punktiert) und um den Auftrieb verminderte Schwerkraft für ein sinkendes und steigendes Öltröpfchen im Plattenkondensator.*

Entsprechend der Abb.1 gilt für das Kräftegleichgewicht beim vertikalen Sinken und Steigen des Tröpfchens:

$$-\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{Öl}-\rho_L)g+6\pi\eta r v_1=0 \qquad (5)$$

$$qE-\frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{Öl}-\rho_L)g-6\pi\eta r v_2=0 \qquad (6)$$

Aus (5) ergibt sich für den Tröpfchenradius

$$r=\sqrt{\frac{9\,\eta\,v_1}{2\left(\rho_{Öl}-\rho_L\right)g}}\,. \qquad (7)$$

Aus (5) und (6) folgt für die elektrische Ladung

$$q=\frac{6\pi\,\eta\,r\left(v_1+v_2\right)}{E}\,, \qquad (8)$$

wobei das elektrische Feld E gemäß $E = U / d$ aus der Spannung U und dem Plattenabstand d berechnet wird.

Zwei alternative Methoden zur Bestimmung von r und q verwenden

(i) die Messung einer Sink- und einer Steiggeschwindigkeit bei gleichgroßen elektrischen Feldern entgegengesetzter Polarität und

(ii) die Messung der Sinkgeschwindigkeit ohne Feld und die Messung der Feldstärke bzw. Spannung, bei der die Geschwindigkeit Null wird (Schwebemethode).

2.3 CUNNINGHAM-Korrektur:
In der 1911 in The Physical Review erschienen Originalarbeit (Kopie im Praktikum) hat MILLIKAN bereits berücksichtigt, dass die Viskosität im STOKES'schen Reibungsgesetz nur dann vom Tröpfchenradius unabhängig ist, wenn dieser sehr groß ist verglichen mit der mittleren freien Weglänge λ der Gasmoleküle: $r \gg \lambda$. Diese Bedingung ist jedoch bei den auftretenden Tröpfchenradien in der Größenordnung von 1 µm nicht ausreichend gut erfüllt. Nach einer von CUNNINGHAM 1910 angegebenen Beziehung ist näherungsweise

$$\eta(r)=\frac{\eta_0}{1+0{,}86\cdot\lambda/r}\,. \qquad (9)$$

Eine genaue Berechnung des Tröpfchenradius mit Gleichung (7) ist bei Radien in der Größenordnung von λ nicht möglich, da die Viskosität selbst von dem zu bestimmenden Radius abhängt. Speziell für die Bewegung von Öltröpfchen in Luft ist λ zwar klein, aber nicht sehr klein im Vergleich zu den Tröpfchenradien. Näherungsweise kann r dann mit η_0 (für $r \gg \lambda$) bestimmt werden. Dann wird η nach (9) ermittelt und die Berechnung des Tröpfchenradius mit (7) wird mit der korrigierten Viskosität wiederholt.

2.4 Im Versuch wird die Störung der Vertikalbewegung der Tröpfchen durch deren Brownsche Bewegung (siehe Abb.2) sichtbar. Besonders bei sehr kleinen Tröpfchen entsteht dadurch ein deutlicher statistischer Geschwindigkeitsfehler.
Nach EINSTEIN nimmt der mittlere vertikale Abstand σ_z eines Tröpfchens vom Anfangsort entsprechend

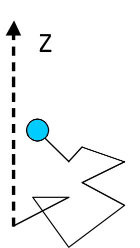
$$\sigma_z=\sqrt{2Dt} \qquad (10)$$

mit der Quadratwurzel der Zeit zu. Hierbei ist

$$D=\frac{kT}{6\pi\,\eta\,r} \qquad (11)$$

der Diffusionskoeffizient der Tröpfchen, k ist die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur in Kelvin.

Abb. 2:
Brownsche Bewegung eines Tröpfchens in der Zeit t, beginnend bei z = 0.



3. Versuchsaufbau

3.0 Geräte:
- Millikan-Gerät mit Plattenkondensator, Messmikroskop und Zerstäuber
- Millikan-Betriebsgerät
- Sensor-Cassy, 2 Timer-Boxen, Cassy-Display
- Polwender
- Verbindungsleitungen

3.1 Das Messmikroskop hat eine Vergrößerung von 2. Die Okularmessplatte besitzt ein quadratisches Raster mit der Rastereinheit 0,5 mm (Gerät 1) bzw. 1 mm (Gerät 2), d.h. eine Strecke von 1 mm entspricht 4 bzw. 2 Rastereinheiten mit <0,5 % Abweichung.
Der Abstand zwischen den Kondensatorplatten beträgt (6 ± 0,05) mm.
Mit Hilfe der am Versuchsplatz ausliegenden Gebrauchsanleitung werden Plattenkondensator und Beleuchtungseinrichtung an das Millikan-Betriebsgerät angeschlossen. Zwischen Kondensator und Betriebsgerät wird der Polwender geschaltet.
Mit den beiden Kanälen des Cassys werden die Zeiten bei eingeschalteter und bei ausgeschalteter Spannung U gemessen. Hierzu ist der Zeitmessausgang 1 des Betriebsgerätes mit Eingang E und ⊥ der Timer-Box auf Input B des Sensor-Cassys zu verbinden. Der Zeitmessausgang 2 wird ebenso mit der Timer-Box auf Input A verbunden. An den beiden Anzeigen des Cassy-Displays ist die Messgröße "s ΔE" (Zeitdifferenz in s an Timer E) einzustellen.
Der Ölzerstäuber soll so weit gefüllt sein, dass das gebogene Kapillarrohr ca. 2 mm im Öl steht. Die Aussprühöffnung des Zerstäubers muss sich vor den beiden Bohrungen in der Kunstglasabdeckung des Kondensators befinden. Unter diesen Umständen genügen pro Messung wenige Pumpvorgänge, um Öltröpfchen in den Kondensator zu stäuben. Beim Zerstäuben wird ein Teil der Öltröpfchen elektrisch aufgeladen.

4. Versuchsdurchführung

Einzelne Öltröpfchen werden beobachtet. Durch Ein- und Ausschalten oder Variieren des elektrischen Feldes (eventuell umpolen!) lassen sich die Tröpfchen so "dirigieren", dass sie im Gesichtsfeld bleiben.

4.1 Durch Beobachtung von Sinkbewegungen bei ausgeschalteter Kondensatorspannung ist die Variationsbreite der Tröpfchenradien zu untersuchen. Es wird die Zeit t_0 gemessen, die einige besonders schnelle und besonders langsame Tröpfchen benötigen, um eine ausgewählte Strecke s zu durchqueren.

4.2 An einzelnen Tröpfchen werden die Sinkzeiten t_1 ohne Feld und die Steigzeiten t_2 mit elektrischem Feld für eine vorgegebene Strecke s gemessen. Dabei ist die Spannung so einzustellen, dass sich sinnvoll messbare Steigzeiten ergeben. Für s wählt man am besten einen konstanten Wert von 1...2 mm.

Die Sink- und Steigzeiten und die zugehörigen Spannungen von mindestens 40 Öltröpfchen sind zu bestimmen. Je mehr Messungen ausgewertet werden können, desto genauer wird das Ergebnis!

5. Auswertung

5.0 Für die Berechnung der Radien und Ladungen der Öltröpfchen werden folgende für 25° Celsius gültigen Werte verwendet:

$\rho_{Öl} = 0{,}871$ g cm^{-3} $\rho_L = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ g cm^{-3}
$\eta_0 = 1{,}83 \cdot 10^{-5}$ Pa s $\lambda = 0{,}068$ µm

5.1 Die Sinkgeschwindigkeiten $v_0 = s / t_0$ werden berechnet. Mit (7) und (9) und den

unter 5.0 angegebenen Daten wird der kleinste und größte Tröpchenradius bestimmt. Für diese beiden Tröpfchen wird der mittlere Abstand σ_z nach (10) berechnet, den diese durch Stöße mit den Luftmolekülen in der Zeit t_0 zurücklegen. Die beiden Verhältnisse σ_z / s werden berechnet und diskutiert.

5.2 Aus den Sink- und Steiggeschwindigkeiten v_1 und v_2 werden mit Hilfe von (7) und den Daten in 5.0 die Tröpfchenradien ermittelt. Für jeden Tröpfchenradius wird gemäß (9) die Viskosität in erster Näherung berechnet (die Verwendung von η_0 stellt gewissermaßen eine nullte Näherung dar). In erster Näherung werden dann die elektrischen Ladungen der Öltröpfchen berechnet.

5.3 Die Ergebnisse werden in einem Histogramm dargestellt, das die Anzahl der Tröpfchen pro Ladungsintervall angibt. Die Klassenbreite ist geeignet zu wählen Dieses Vorgehen ist bereits im Versuch M17 (Statistische Auswertung) geübt worden.

Ordnen Sie, soweit möglich, mit Hilfe des Histogramms jedem Tröpfchen eine ganze Anzahl n von (vermuteten) Elementarladungen zu und bestimmen Sie die Größe der Elementarladung als Mittelwert aller Quotienten q/n.

Fakultativ: Versuchsdurchführung und Auswertung mit CassyLab

Alternativ zur Verfahrensweise in dieser Versuchsanleitung können alle Messungen zu 4.2 auch mit der Software CassyLab durchgeführt werden. Die Messwerterfassung und Auswertung geschieht dann weitgehend automatisch in CassyLab, was erheblich Zeit spart. Dies wird im Praktikum nur bei entsprechender Vorbereitung gestattet.

Zur Vorbereitung installieren Sie das Programm (download von www.ld-didactic.de) auf dem eigenen Computer und studieren das Versuchsbeispiel “Millikan-Versuch” in der Online-Hilfe. Bereiten Sie Ihr Protokoll entsprechend der Versuchsanleitung in der CassyLab-Hilfe vor. Beachten Sie den Unterschied der dort angegebenen Cunningham-Korrektur zu Gleichung (9). Verändern oder ergänzen Sie die vorgefertigte Auswerteprozedur so, dass aus Ihren Messwerten ein eigenes Ergebnis für die Elementarladung berechnet wird.

6. Literatur

Bergmann, Schaefer: Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 2, Verlag Walter de Gruyter, Berlin 2004

Hänsel, Neumann: Physik (Elektrizität, Optik, Raum und Zeit), Spektrum Verlag, Heidelberg 1993

Geschke (Hrsg.): Physikalisches Praktikum, Teubner Verlag, Stuttgart 2001

(die Originalarbeiten von Einstein, Cunningham und Millikan sind im Grundpraktikum vorhanden)

7 Kontrollfragen

7.1 Wie lauten die Beziehungen für r und q bei Anwendung der Schwebemethode?

7.2 Wie ist die Viskosität definiert und wie hängt sie bei Gasen und Flüssigkeiten qualitativ von der Temperatur ab?

7.3 In einem modifiziertem Millikan- Experiment wurde 1977 an der Stanford Universität von Fairbank und Mitarbeitern versucht, positive und negative e/3- und 2e/3-Ladungen nachzuweisen. Wie ist der Versuch ausgegangen, und was war das Motiv für diesen Versuch?

Franck-Hertz-Versuch E 21

1 Aufgabenstellung

Die I-U Kennlinien einer Quecksilber-Franck-Hertz-Röhre sind bei zwei verschiedenen Temperaturen aufzunehmen. Aus den Kennlinien sind die Anregungsenergien des Hg-Atoms zu ermitteln.

2 Physikalische Grundlagen

Mit Hilfe des nach JAMES FRANCK und GUSTAV LUDWIG HERTZ (Professor für Experimentalphysik an der Universität Halle von 1925-1927) benannten Versuches kann die Existenz diskreter stationärer Energiezustände der Elektronen in den Atomen gezeigt werden. Dies war eine wesentliche experimentelle Stütze für die Bohrsche Atomtheorie von 1913. Wegen der fundamentalen Bedeutung ihrer Experimente aus den Jahren 1911 bis 1914 für die Entwicklung der Quantentheorie erhielten die beiden Autoren 1925 den Nobelpreis für Physik.

In einem schweren Atom wie Quecksilber sind die meisten Elektronen durch die elektrostatische Anziehung des Atomkerns stark gebunden. Es ist deshalb eine hohe Energie nötig, um sie aus diesen Zuständen herauszubringen. Die äußersten Elektronen hingegen werden durch die inneren teilweise von der Anziehung durch den Kern abgeschirmt. Folglich ist ihre Bindungsenergie wesentlich kleiner. Die entsprechenden Zustände nennt man optische Niveaus, weil bei Übergängen zwischen ihnen Licht emittiert bzw. absorbiert wird.

Die kleinste Anregungsenergie des Hg-Atoms beträgt ΔE_1 = 4,89 eV; hierbei geht ein Elektron vom Grundzustand 6^1S_0 in den ersten angeregten Zustand 6^3P_1 über (siehe Abb.3). Nach einer mittleren Lebensdauer von 10^{-8}s geht das Hg-Atom vom angeregten Zustand in den Grundzustand zurück, wobei ein Lichtquant der Energie

$$E_{Ph} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \qquad (1)$$

(h: Planck-Konstante, f: Frequenz, c: Lichtgeschw., λ: Wellenlänge) ausgesandt wird.

Mit $E_{Ph} = \Delta E_1$ ergibt sich die Wellenlänge der emittierten Strahlung λ = 253,65 nm.

J. FRANCK und G. HERTZ entdeckten, dass Elektronen bei inelastischen Stößen mit Hg-Atomen ihre kinetische Energie nur in diskreten Portionen der Größe ΔE_1 übertragen können. Dieselbe Energie fanden sie in der von den Atomen emittierten Strahlung.

Abb.1 zeigt die Quecksilber-Franck-Hertz-Röhre und ihre elektrische Beschaltung. Die Röhre wurde bei der Fertigung mit Quecksilber beschickt und evakuiert. Während des Versuches wird sie geheizt, um einen ausreichenden Hg-Dampfdruck zu erzeugen.

Aus der indirekt geheizten Kathode K treten Elektronen aus und werden von der Saugspannung U_1 aus dem Raumladungsgebiet vor der Kathode abgesaugt. Die Temperatur der Kathode (durch den Heizstrom beeinflussbar) und die Spannung U_1 bestimmen die Anzahl der Elektronen, die in den Raum zwischen dem Raumladungsgitter g_1 und dem Beschleunigungsgitter g_2 gelangen. Mit Hilfe der Beschleunigungsspannung U_2 werden die Elektronen zwischen g_1 und g_2 beschleunigt.

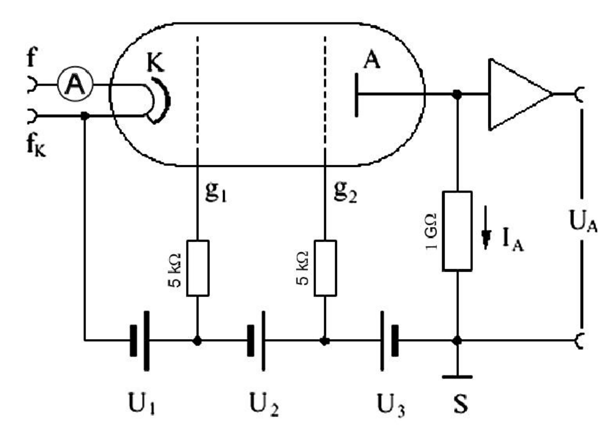


Abb. 1: *Quecksilber- Franck-Hertz-Röhre mit Schaltplan des Versuches*

Die Gegenspannung U_3 lässt nur solche Elektronen zur Auffangelektrode A gelangen, deren kinetische Energie $E_{kin} > e \cdot U_3$ ist.
Wird die Beschleunigungsspannung von $U_2 = 0$ an erhöht, so steigt der Strom zunächst wie bei einer klassischen Tetrode an. Dann erreicht der Auffängerstrom jedoch ein Maximum und nimmt bei weiterer Steigerung von U_2 sogar wieder ab. Nach dem Durchlaufen eines Minimums steigt der Strom erneut an und das beschriebene Verhalten wiederholt sich, d.h. es werden mehrere Maxima und Minima beobachtet.
In der Quecksilberdampfatmosphäre kommt es zu elastischen bzw. unelastischen Stößen zwischen den Elektronen und den Hg-Atomen. Da die Masse eines Quecksilberatoms 370 000 mal so groß ist wie die eines Elektrons, werden die Elektronen bei einem elastischen Zusammenstoß nahezu ihre gesamte Energie behalten. Solange die kinetische Energie E_{kin} der Elektronen unterhalb der Anregungsenergie der Hg-Atome liegt, erfolgen nur elastische Stöße. Mit zunehmender Beschleunigungsspannung U_2 erhöht sich die kinetische Energie der Elektronen und erreicht im ersten Maximum des Stromes für die schnellsten Elektronen (infolge der thermischen Emission sind die Elektronen nicht monoenergetisch) den Wert der Anregungsenergie der Hg-Atome aus dem Grundzustand in den ersten angeregten Zustand ΔE_1. Die Elektronen verlieren die kinetische Energie $E_{kin} = \Delta E_1$, d.h. die Stöße werden unelastisch. Mit weiter zunehmender Beschleunigungsspannung gilt das für immer mehr Elektronen. Damit sinkt der Auffängerstrom I_A und erreicht schließlich ein Minimum. Weitere Extrema treten auf, wenn die kinetische Energie E_{kin} der Elektronen ein Vielfaches der Anregungsenergie ΔE_1 erreicht.
Die Kennlinie der FRANCK-HERTZ-Röhre wird hauptsächlich durch die Häufigkeit der Stöße zwischen Elektronen und Hg-Atomen bestimmt. Nach der kinetischen Gastheorie ist die mittlere freie Weglänge der Elektronen

$$\lambda_e = \frac{1}{n \cdot \sigma}, \tag{2}$$

wobei man für die Dichte n der Hg-Atome entsprechend

$$n = \frac{p}{kT} \tag{3}$$

den Dampfdruck p und für den Wirkungsquerschnitt σ näherungsweise die Querschnittsfläche der Atome $\pi \cdot r^2$ einsetzen kann:

$$\lambda_e = \frac{kT}{\pi r^2 p} \tag{4}$$

Die Dampfdrücke und Atomradien sind tabelliert. Es ergibt sich die in Abb.2 dargestellte Temperaturabhängigkeit.

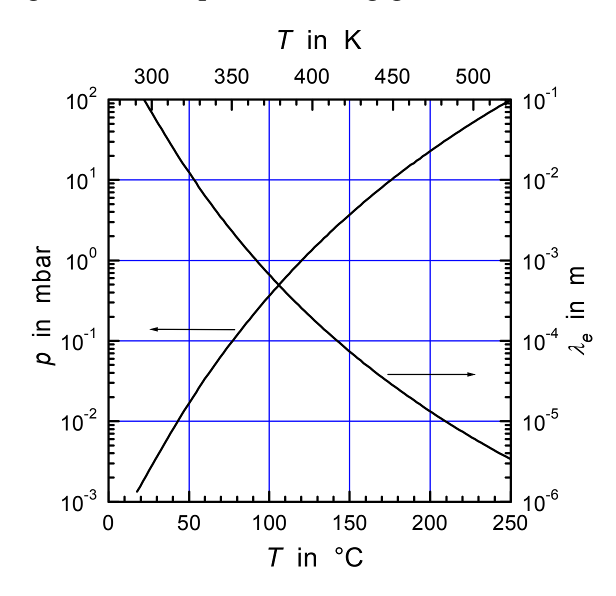


Abb. 2: *Hg-Damfdruck und mittlere freie Weglänge der Elektronen in Hg*

Oberhalb 100°C wird die mittlere freie Weglänge klein gegen den Elektrodenabstand der Röhre (g_1-g_2 ≈10 mm). Oberhalb 175°C wird sie so klein, dass die Elektronen durch die große Anzahl elastischer Stöße einen nicht mehr vernachlässigbaren Energieverlust erleiden.
Wird die Franck-Hertz-Röhre in der bisher beschriebenen Weise bei Temperaturen um 175°C betrieben, dann ist die Wahrscheinlichkeit für inelastische Stöße so groß, dass praktisch keine Elektronen mit wesentlich größeren Energien als 4,9 eV auftreten. Um auch höhere Anregungen beobachten zu können, muss der Versuch so verändert

werden, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von 4,9eV-Stößen nicht mehr wesentlich größer ist als die Wahrscheinlichkeit für Stöße mit höheren Energien.
Mit der vorliegenden Franck-Hertz-Röhre kann das erreicht werden, indem man die Beschleunigungsspannung U_2 zwischen Kathode und Gitter g_1 anlegt, g_1 und g_2 kurzschließt und die Temperatur auf weniger als 150°C absenkt. Damit kommt die mittlere freier Weglänge fast in die Größenordnung der Beschleunigungsstrecke (dem Elektrodenabstand K-g_1 <1 mm) und zwischen g_1 und g_2 ist ein großer feldfreier Raum, in dem inelastische Stöße mit verschiedenen Anregungsenergien bis hin zur Ionisation bei 10,44 eV stattfinden können.
Das Termschema in Abb.3 zeigt die im Franck-Hertz-Versuch beobachtbaren und die wichtigsten optischen Übergänge.
Die Ionisierung äußert sich im Experiment durch einen starken Stromanstieg und eine sichtbar bläulich leuchtende Gasentladung. Durch die Widerstände in den Leitungen zu g_1 und g_2 (Abb.1) wird der Strom auf unschädliche Werte begrenzt.

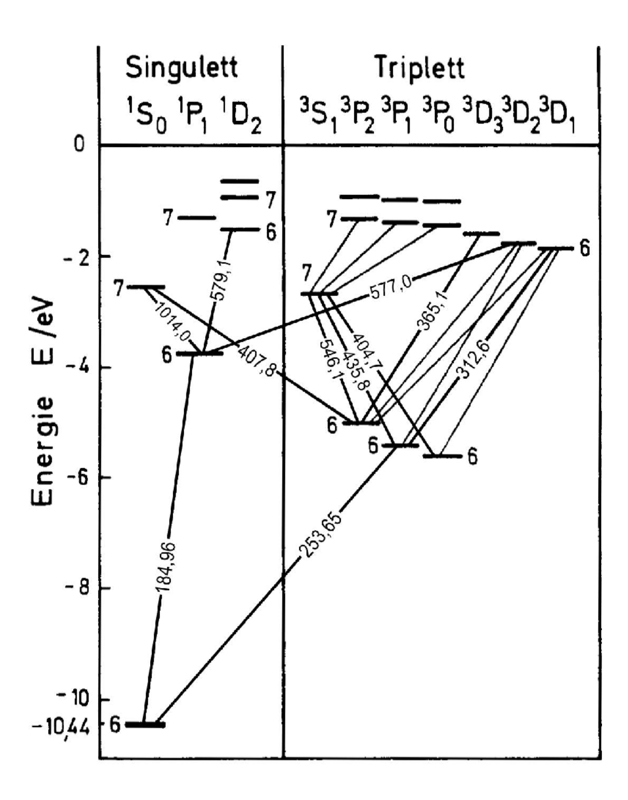


Abb. 3: *Vereinfachtes Termschema von Hg*

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Franck-Hertz-Betriebsgerät
- Quecksilber-Franck-Hertz-Röhre
- Röhrenanschlussbox
- Rohrofen
- Ni-CrNi- Thermoelement
- Sensor-Cassy
- Computer mit CassyLab Software
- Digitalmultimeter
- Regelwiderstand
- Verbindungsleitungen

3.1 Die Franck-Hertz-Röhre (siehe Abb.1) darf in kaltem Zustand vor Versuchsbeginn **nur im Beisein des Assistenten mit äußerster Vorsicht** aus dem Ofen genommen und betrachtet werden. Der Abstand zwischen Kathode und g_1 ist ca. 0,6 mm, der zwischen g_1 und g_2 beträgt etwa 10 mm.
Die Röhre ist über ein Verbindungskabel mit DIN-Stecker mit der Röhrenanschlussbox verbunden. Die beiden 5kΩ-Widerstände sind in diese Box eingebaut. Der 1GΩ-Widerstand und der Messverstärker befinden sich im Franck-Hertz-Betriebsgerät, welches außerdem alle benötigten Spannungen liefert und die Temperatur des Ofens regelt.
Das Digitalmultimeter dient (nur bei Bedarf) zur Messung des Heizstromes der indirekt beheizten Kathode. Der Heizstrom kann, wenn erforderlich, durch Einbau eines Regelwiderstandes verkleinert werden.
Der PC mit der Software CassyLab dient als XY-Schreiber und zur Versuchsauswertung. Mit Kanal A des SensorCassy wird die Beschleunigungsspannung U_2 und mit Kanal B die zum Auffängerstrom I_A proportionale Spannung U_A am Verstärkerausgang des Betriebsgerätes (Proportionalitätsfaktor 1 V/nA, maximal 12 V) gemessen.
Die Bedienung des Betriebsgerätes und der Software werden vom zuständigen Assistenten erläutert. Eine Kurzanleitung zu CassyLab befindet sich im Anhang.

4 Versuchsdurchführung

Vervollständigen Sie die Schaltung gemäß Abb. 1. Schließen Sie den Temperaturfühler an der Vorderseite und den Rohrofen an der Rückseite des Betriebsgerätes an. Der Massepunkt S der elektrischen Schaltung und die Abschirmung der Röhre sind am Schutzleiteranschluss (an der Rückseite des Betriebsgerätes) gemeinsam zu erden.
Nach Abnahme der Schaltung durch den Assistenten darf das Franck-Hertz-Betriebsgerät eingeschaltet werden.

Der Rohrofen beginnt jetzt zu heizen. Es ist eine Solltemperatur von etwa 175°C einzustellen. Bei Temperaturen unterhalb 145 °C müssen die Spannungen U_1, U_2 und U_3 Null sein (zugehörige Potentiometer auf Linksanschlag).
Das Programm CassyLab ist so einzurichten, dass in der Standard-Darstellung alle Messwerte in Abhängigkeit von der Zeit und in einer zweiten Darstellung der Auffängerstrom I_A in nA in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung U_2 dargestellt wird.
Nach dem Erreichen der Solltemperatur werden die geeigneten Parameter für die Aufnahme der I_A-U_2-Kennlinie gesucht. Dazu stellt man den Betriebsartenschalter auf MAN. und U_2 auf Maximum. Dann wird die Saugspannung U_1 von Null beginnend so weit erhöht, bis ein Strom von etwa 10 nA fließt. Wenn der Auffängerstrom zu klein bleibt, kann die Temperatur um 5…10 K verringert werden.
Die Aufnahme der I_A-U_2-Kennlinie erfolgt in der Schalterstellung AUTO, dabei liefert das Betriebsgerät eine zeitlinear ansteigende Beschleunigungsspannung. In CassyLab muss hierfür noch das Messintervall geeignet eingestellt werden. Falls große Störspannungen auftreten, kann man diese durch eine Mittelwertbildung über 20 ms weitgehend eliminieren.
Wenn alles funktioniert, variieren Sie U_1 und U_3 systematisch. Ändern Sie zuerst nur U_1 und belassen Sie die Bremsspannung auf $U_3 = 0$ V. Danach lassen Sie U_1 konstant und ändern U_3. Überlegen Sie, welcher Einfluss von der Saugspannung U_1 bzw. der Bremsspannung U_3 auf die I_A-U_2-Kennlinie zu erwarten ist. Optimieren Sie die Werte für U_1 und U_3, so dass möglichst viele Maxima und Minima auswertbar sind. Protokollieren Sie Ihre Vorgehensweise und die Resultate.

Für die Beobachtung höherer Anregungen des Quecksilbers ist eine Ofentemperatur von etwa 145°C einzustellen. Alle Spannungen werden auf Null geregelt, das Betriebsgerät muss eingeschaltet bleiben. Die Schaltung ist wie oben beschrieben zu ändern: U_1 (Buchse g_1 am Betriebsgerät) nicht angeschlossen, U_2 (Buchse g_2 am Betriebsgerät) an Gitter 1 anschließen, die Gitter 1 und 2 verbinden.
Die Spannung U_2 ist vorsichtig bis auf 30 V zu erhöhen, dabei ist der Auffängerstrom zu beobachten. Wenn der Strom größer als der Arbeitsbereich des Messverstärkers (etwa 12 nA) wird, ist der Heizstrom zu verringern. Hierzu sind der Regelwiderstand und das Multimeter als Strommesser in den Heizkreis einzubauen. Eine Verringerung des Stromes erreicht man auch durch die Vergrößerung von U_3.
Messen Sie mindestens eine I_A-U_2-Kennlinie mit möglichst vielen Anregungsstufen.

5 Auswertung

Die I_A-U_2-Kennlinien sind grafisch darzustellen.
Im 1. Teilversuch sind die Energien der Maxima und der Minima auszumessen. Aus den Differenzen aufeinander folgender Minima bzw. Maxima ist die Anregungsenergie ΔE_1 zu bestimmen und mit dem Literaturwert zu vergleichen.
Im 2. Teilversuch sind zunächst die Energien aller Maxima bzw. Schultern in der Kennlinie auszumessen. Finden Sie dann gleichbleibende Differenzen zwischen den sich in ähnlicher Form mehrfach wiederholen Strukturen in der Kennlinie. Versuchen Sie, diese Differenzen mit den aus dem Termschema (Abb.3) bekannten Anregungsenergien zu identifizieren.

Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse!

6 Literatur

J. Franck und G. Hertz: Über die Erregung der Quecksilberresonanzlinie 253,6 nm durch Elektronenstösse. Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft 11(1914) 512-517

Eichler, Kronfeld, Sahm: Das Neue Physikalische Praktikum, Springer, Berlin etc. 2001

E.W. Schpolski: Atomphysik. Teil II, 7. Auflage, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1972, Seite 248

7 Kontrollfragen

7.1 Erläutern Sie das Franck-Hertz-Experiment und seine historische Bedeutung.

7.2 Welchen Einfluss hat eine kleine Temperaturänderung auf den Auffängerstrom?

7.3 Wie erklärt die kinetische Gastheorie Druck, Stoßhäufigkeit und mittlere freie Weglänge?

7.4 Wie groß ist der relative Energieverlust beim elastischen zentralen Stoß eines Elektrons mit einem (ruhenden) Hg-Atom, wenn sich ihre Massen wie 1 : 366 000 verhalten?

Prismen-Spektrometer O 5

1 Aufgabenstellung

1.1. Justierung eines Prismenspektrometers,

1.2 Bestimmung der Brechzahl des Prismas für die gelbe He-Linie

1.3 Aufnahme der Dispersionskurve des Prismenspektrometers

1.4 Bestimmung der Wellenlängen der sichtbaren Spektrallinien von Quecksilber

1.5 spektrale Charakterisierung verschiedener Lichtquellen (H_2- und Ne-Geißlerröhre, Energiesparlampe, LED etc., es können eigene Lichtquellen mitgebracht werden)

2 Physikalische Grundlagen

Die Brechzahl n eines Stoffes ist das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit c_0 im Vakuum zur Lichtgeschwindigkeit c in diesem Stoff:

$$n = \frac{c_0}{c} . \qquad (1)$$

Sie hängt von der Art des Stoffes und von der Wellenlänge λ ab (Dispersion). Blaues Licht wird stärker gebrochen als rotes, so dass weißes Licht bei der Brechung in seine Spektralfarben zerlegt wird.
Beim Durchgang durch ein Prisma (Abb.1) wird ein Lichtstrahl zweimal gebrochen. Dabei bezeichnen ε den brechenden Winkel des Prismas, α_1 und α_2 den Einfalls- bzw. Ausfallswinkel, β_1 und β_2 die Brechungswinkel und δ den Ablenkwinkel.
Durchläuft der Lichtstrahl das Prisma symmetrisch, so ist

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha , \quad \beta_1 = \beta_2 = \beta , \qquad (2)$$

$$\varepsilon = 2 \cdot \beta \qquad (3)$$

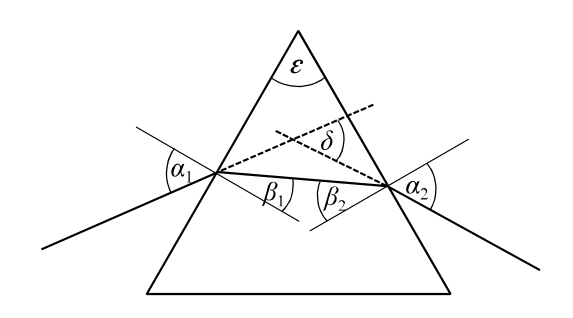


***Abb. 1:** Strahlengang am Prisma*

und

$$\delta_{\min} = 2 \cdot \alpha - \varepsilon \,. \tag{4}$$

Der Ablenkwinkel δ nimmt für diesen symmetrischen Strahlenverlauf ein Minimum an. Aus den Gleichungen (2) bis (4) und aus dem Brechungsgesetz

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \tag{5}$$

folgt die FRAUNHOFERsche Formel

$$n = \frac{\sin \frac{\delta_{\min} + \varepsilon}{2}}{\sin \frac{\varepsilon}{2}} \,. \tag{6}$$

Mit Hilfe der Messung des brechenden Winkels ε des Prismas und des Winkels δ für das Minimum der Ablenkung können Brechzahlen mit großer Genauigkeit bestimmt werden.
Abb.2 zeigt den prinzipiellen Strahlengang in einem Prismenspektrometer.
Der von der Lichtquelle beleuchtete Spalt muss sich in der Brennebene der Kollimatorlinse befinden, damit paralleles Licht den Kollimator verlässt. Am Prisma wird das Licht verschiedener Wellenlänge unterschiedlich stark gebrochen. Mit dem Fernrohr können die farbigen Bilder des Spaltes (die Spektrallinien) beobachtet und die Ablenkwinkel gemessen werden.

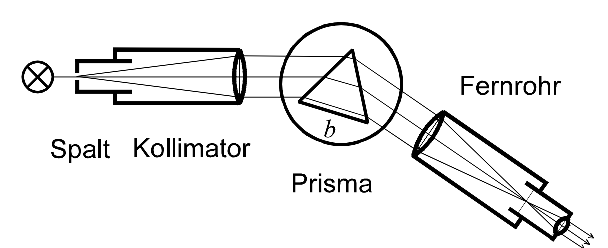


Abb. 2: *Prinzip des Prismenspektrometers*

Die graphische Darstellung des Ablenkwinkels in Abhängigkeit von der Wellenlänge ergibt die Dispersionskurve.
Die Leistungsfähigkeit eines Spektralapparates wird durch sein Auflösungsvermögen A charakterisiert:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \,. \tag{7}$$

Dabei ist $\Delta\lambda$ die kleinste Wellenlängendifferenz, die mit dem Spektralapparat noch getrennt wahrgenommen werden kann. Für ein vollständig ausgeleuchtetes Prisma gilt

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = b \cdot \left| \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda} \right| , \tag{8}$$

wobei b die Basisbreite des Prismas ist.
Die Größe $\mathrm{d}n/\mathrm{d}\lambda$ nennt man Materialdispersion.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Prismenspektrometer mit 60°-Flintprisma, Kantenlänge ca. 32 mm
  Prisma 1: $\varepsilon = 59{,}87° \pm 0{,}04°$
  Prisma 2: $\varepsilon = 60{,}16° \pm 0{,}04°$
- Halter mit He-, Ne- und H_2-Geißlerröhre
- Hochspannungsquelle 5 kV
- Quecksilber-Lampe mit Vorschaltdrossel
- Handlampe mit Trafo
- diverse Lichtquellen mit Halter, Streuscheibe und Stromversorgung
- Verbindungsleitungen

3.1 Zur genauen Messung der Ablenkwinkel wird ein Goniometer verwendet. Es besteht im wesentlichen aus einem drehbaren Objekttisch, einem Kollimator mit einstellbarem Spalt und Kollimatorlinse, einem Fernrohr mit Fadenkreuz sowie einem drehbaren Teilkreis zur Winkelmessung. Zur Erzeugung eines Linien-Spektrums wird das Licht verschiedener Geißlerröhren benutzt, die mit der Hochspannungsquelle betrieben werden, sowie eine Quecksilberdampflampe.

4 Versuchsdurchführung

Machen Sie sich zuerst mit der Bedienung des Goniometers vertraut.

4.1. Justierung des Prismenspektrometers:
Nehmen Sie das Prisma vom Drehtisch und

richten Sie das Fernrohr so ein, dass es nach äußerem Augenschein etwa mit dem Kollimator auf einer gemeinsamen Achse durch die Mitte des Drehtisches liegt. Kollimator und Fernrohr müssen fest in ihren Halterungen sitzen. Schrauben und Kontermuttern dürfen nur mit der Hand und nicht zu fest angezogen werden.
Das Spaltrohr muss bis zum Anschlag in den Kollimator hineingeschoben sein.
Der Spalt wird mit der He-Röhre beleuchtet. Durch Verschieben der Augenlinse wird zunächst am Fernrohr das Fadenkreuz scharf eingestellt, danach wird das Fernrohr auf den Spalt fokussiert.
Der Spalt ist parallel zum Fadenkreuz auszurichten. Wenn nötig, können die Spaltlänge und die Höhe im Sehfeld mit dem Schieber am Spalt bzw. den Stellschrauben unter Kollimator und Fernrohr verstellt werden. Es ist eine optimale Spaltbreite einzustellen: möglichst klein, aber Spalt und Fadenkreuz noch gut sichtbar.
Danach wird das Fadenkreuz auf die Mitte des Spaltes justiert, die Winkelskale wird exakt auf Null gestellt und fixiert.
Nun wird das Prisma wieder aufgesetzt und das He-Spektrum aufgesucht.

4.2 Beim Drehen des Objekttisches mit dem Prisma wandert das Spektrum und kehrt beim Erreichen einer bestimmten Stelle um, obwohl in die gleiche Richtung weiter gedreht wurde (Minimum der Ablenkung). Dieser Umkehrpunkt wird für die gelbe Linie eingestellt, das Fadenkreuz des Fernrohres auf die Linie gebracht und der dazugehörige Winkel δ abgelesen.

Für die folgenden Versuchsteile darf die Justierung des Spektrometers nicht mehr verändert werden! (Sie ist notfalls zu wiederholen, wobei darauf geachtet werden muss, dass die gelbe He-Linie wieder unter exakt dem selben Winkel erscheint.)

4.3 Für die Einstellung aus 4.2 (symmetrischer Strahlengang für die gelbe He-Linie) ist die Dispersionskurve aufzunehmen. Dazu wird das Fadenkreuz nacheinander mit allen sichtbaren Linien des Helium-Spektrums zur Deckung gebracht und die dazugehörigen Winkeleinstellungen werden abgelesen. Bei der Protokollierung sind die Farben der Spektrallinien mit anzugeben.

4.4 Zur Bestimmung der Wellenlängen der sichtbaren Spektrallinien von Hg wird die Quecksilber-Lampe vor den Spalt gestellt. Die Messung der Ablenkwinkel erfolgt in der gleichen Weise wie bei 4.3. Beachten Sie, dass in der Farbe gelb-orange zwei sehr dicht benachbarte Linien vorliegen!

Blicken Sie niemals direkt in die Hg-Lampe, der starke UV-Anteil des Lichtes kann die Augen schädigen!

4.5 Nach Absprache mit dem Betreuer sind mindestens drei weitere Lichtquellen sind zu untersuchen. Dabei sollen die hellsten Spektrallinien bzw. die Grenzen der spektralen Bereiche ausgemessen werden, in denen Licht emittiert wird. Im Protokoll sind auch der visuelle Farbeindruck und alle verfügbaren Herstellerangaben zu den Lichtquellen zu notieren.
Die Ne-Geißlerröhre eignet sich gut zur Abschätzung des praktischen Auflösungsvermögens. Suchen Sie ein Linienpaar, bei dem Sie gerade noch erkennen können, dass es sich um zwei Linien handelt, und messen bzw. schätzen Sie die Winkeldifferenz.
Es können auch eigene Lichtquellen (z.B. LED-Taschenlampen, Fluoreszenzlampen, Laserpointer) untersucht werden. Bei starken und kleinflächigen Lichtquellen (Laser und manche LED's) muss zwischen Lichtquelle und Spalt die Streuscheibe eingebaut werden.

5 Auswertung

5.2 Die Brechzahl für die gelbe He-Linie ist nach Gl. (6) zu berechnen.

5.3 Die Dispersionskurve, d. h. der Ablenkwinkel in Abhängigkeit von der Wellenlänge, ist mit Hilfe von Tabelle 1 graphisch darzustellen.

Das mittlere Auflösungsvermögen des Prismenspektrometers und die kleinste auflösbare Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda$ sind nach Gl. (8) abzuschätzen, wobei $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda} \approx \frac{n_{rot} - n_{violett}}{\lambda_{rot} - \lambda_{violett}}$ gesetzt wird. Die Brechzahlen für eine rote und eine violette Spektrallinie können nach (6) ermittelt werden; die geringe Abweichung vom symmetrischen Strahlengang ist für diesen Zweck vernachlässigbar.

5.4 Aus den Ablenkwinkeln für die Spektrallinien von Quecksilber sind die dazugehörigen Wellenlängen anhand der Dispersionskurve aus 5.3 zu ermitteln (Werte in Dispersionskurve einzeichnen!). Die Abweichungen von den Literaturwerten sind unter Berücksichtigung des in 5.3 abgeschätzten Auflösungsvermögens und der Unsicherheit der Winkelmessung zu diskutieren

5.5 Die Spektralbereiche, in denen die untersuchten Quellen Licht emittieren, sind mit dem visuellen Eindruck und den Herstellerangaben zu vergleichen. Das aus der kleinsten sichtbaren Winkeldifferenz zweier eng benachbarter Spektrallinien ermittelte praktische Auflösungsvermögen ist mit dem theoretischen Wert aus 5.3 zu vergleichen.

Tabelle 1: *Wellenlängen der Helium-Spektrallinien*

Farbe	λ / nm	relative Intensität
rot	706,5	20
rot	667,8	60
gelb	587,6	100
grün	504,8	30
grün	501,6	60
blaugrün	492,2	35
blau	471,3	30
violett	447,1	60
violett	438,8	20

6 Literatur

Eichler, Kronfeld, Sahm: Das Neue Physikalische Praktikum, Springer, Berlin etc. 2001

7 Kontrollfragen

7.1 Wie ist ein Prismenspektrometer aufgebaut?

7.2 Wie erklärt sich dessen Auflösungsvermögen?

7.3 Was ist und wie entsteht Licht?

Gitterspektrometer O 6

1 Aufgabenstellung

1.1 Ein Gitterspektrometer ist zu justieren.

1.2 Die Wellenlängen der Spektrallinien von Helium sind zu bestimmen.

2 Physikalische Grundlagen

Die Beugung ist einer der Effekte, die die Wellennatur des Lichtes belegen. Sie kann mit Hilfe des HUYGENS-FRESNELschen Prinzips beschrieben werden, wonach jeder Punkt einer Wellenfront als Ausgangspunkt einer Elementarwelle (Kugelwelle) aufgefasst wird. Die sichtbare Wellenerscheinung entsteht dann durch Überlagerung (Interferenz) dieser Elementarwellen. Trifft eine ebene Lichtwelle auf ein Hindernis, so kann sich danach die ebene Wellenfront nicht mehr vollständig formieren, weil diejenigen Ele-

mentarwellen fehlen, die auf die lichtundurchlässigen Bereiche getroffen sind; es entstehen Beugungserscheinungen.
Abb.1 zeigt dies für ein optisches Gitter (Transmissionsgitter). In ihr bedeuten: a = Spaltbreite, b = Abstand der Spalte (Gitterkonstante), φ = Beugungswinkel.
Es wird vereinfachend angenommen, dass jeder Spalt Ausgangspunkt nur einer Elementarwelle ist.

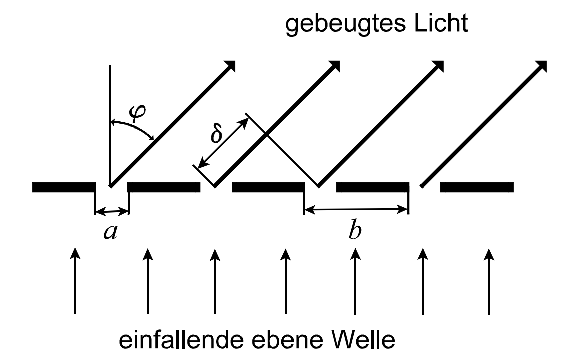


Abb.1: *Zur Berechnung des Gangunterschiedes gebeugter Lichtstrahlen an einem Gitter*

Der Gangunterschied zwischen den Elementarwellen zweier benachbarter Spalte ist

$$\delta = b \cdot \sin\varphi \ . \qquad (1)$$

In der Überlagerung der Elementarwellen treten bei Beobachtung aus großer Entfernung (FRAUNHOFERsche Beobachtungsweise) Intensitätsmaxima (Beugungsmaxima; konstruktive Interferenz) in den Richtungen φ_k auf, für die der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist:

$$\delta = k \cdot \lambda \quad (k = 0; 1; 2; \ldots) \ . \qquad (2)$$

Intensitätsminima entstehen in den Richtungen, in denen der Gangunterschied

$$\delta = (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad (3)$$

beträgt. Hierbei ist k eine Laufzahl, die Beugungsordnung. Das ungebeugt durch das Gitter gehende Licht bezeichnet man auch als nullte Beugungsordnung ($k = 0$).
Aus (1) und (2) folgt für die Beugungsmaxima:

$$\sin\varphi_k = \frac{k \cdot \lambda}{b} \ . \qquad (4)$$

Diese Maxima sind umso intensiver und schärfer, je mehr Elementarwellen an dieser Stelle konstruktiv interferieren, d.h., je größer die Zahl der Gitterspalte ist.
Aus Gleichung (4) geht hervor, dass die Lage der Beugungsmaxima von der Wellenlänge abhängt (Dispersion). Rotes Licht wird stärker gebeugt als blaues, so dass weißes Licht in seine Spektralfarben zerlegt werden kann.
Mit Hilfe der Beugungswinkel φ_k können Wellenlängen des Lichtes bestimmt werden:

$$\lambda = \frac{b \cdot \sin\varphi_k}{k} \ . \qquad (5)$$

Die Leistungsfähigkeit eines Spektralapparates wird durch sein Auflösungsvermögen charakterisiert:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \ . \qquad (6)$$

Dabei ist $\Delta\lambda$ die kleinste Wellenlängendifferenz, die mit dem Spektralapparat noch getrennt wahrgenommen werden kann. Ist N die Anzahl der Gitterspalte (d.h. nach obiger Betrachtung der Elementarwellen), die zur Interferenz beitragen, so ist

$$A = N \cdot k \ . \qquad (7)$$

Das theoretische Auflösungsvermögen eines Gitters ist folglich proportional zur Beugungsordnung und zur Anzahl N der ausgeleuchteten Gitterspalte.

Abb.2 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines Gitterspektrometers. Der von der Lichtquelle beleuchtete Spalt muss sich in der Brennebene der Kollimatorlinse befinden, damit

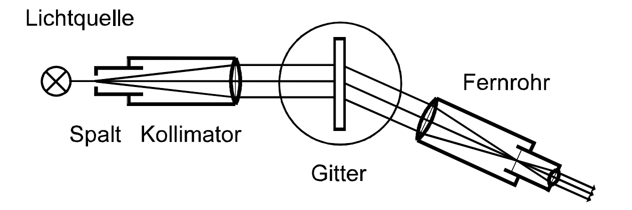


Abb. 2: *Prinzip des Gitterspektrometers*

paralleles Licht das Spaltrohr verlässt und auf das Gitter trift. Die parallelen (d.h. scheinbar aus dem Unendlichen kommenden) gebeugten Lichtstrahlen werden mit einem Fernrohr beobachtet oder auch mit einer Sammellinse (Projektiv) auf einem Schirm, einer Fotoplatte oder einer CCD-Zeile abgebildet.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- Einkreis-Reflex-Goniometer mit Trafo
- Gitter im Diarahmen, ca. 140 Str./mm
- Helium-Lampe mit Vorschaltgerät
- Handlampe mit Trafo
- Hilfsspiegel

3.1 Zur Messung der Beugungswinke φ wird ein Einkreis-Reflex-Goniometer ERG 3 verwendet. Es besteht im wesentlichen aus einem Kollimator mit einstellbarem Spalt und Kollimatorlinse, einem drehbaren Tisch mit dem Gitter und einem schwenkbaren Fernrohr mit einer Winkelmesseinrichtung, die es gestattet, Winkel mit einer Genauigkeit von 0,5 ' (Bogenminuten) zu messen.
Als Lichtquelle dient eine Helium-Lampe, die über ein Vorschaltgerät betrieben wird.

4 Versuchsdurchführung

Machen Sie sich zuerst mit der Bedienung des Goniometers vertraut. Notieren Sie die Gitterkonstante, die auf dem Gitter steht.

4.1 Justierung des Gitterspektrometers:
Ziel der Justierung ist es, das Gitter senkrecht zum Strahlengang auszurichten und mit parallelem Licht zu beleuchten, sowie den Spalt und das Fadenkreuz im Fernrohr scharf zu sehen.

Fernrohr: Revolvereinstellung ◎, Schieber nach rechts. Durch Verschieben des Okulars wird das Fadenkreuz scharfgestellt. Danach wird das Fernrohr mittels Autokollimation auf unendlich fokussiert. Hierzu wird das Fernrohr senkrecht auf den Spiegel in der Gitterhalterung gerichtet und das Fadenkreuz mit Hilfe des GAUSSschen Okulars beleuchtet. Das Licht trifft auf den Spiegel und wird von diesem reflektiert, so dass im Fernrohr das hell beleuchtete Fadenkreuz und sein schwarzes Spiegelbild beobachtet werden können. Das Spiegelbild ist genau dann scharf, wenn das Fernrohr auf unendlich eingestellt ist.

Kollimator: Zur Justierung des Kollimators werden Fernrohrachse und Kollimatorachse zur Übereinstimmung gebracht, indem der Spalt beleuchtet und scharf sowie symmetrisch zum Fadenkreuz abgebildet wird (Spiegel entfernen!). Die Scharfstellung erfolgt durch Verschieben des Spaltrohres (nicht am Fernrohr!). Es ist eine optimale Spaltbreite einzustellen: möglichst klein, aber Spalt und Fadenkreuz noch gut sichtbar.
Das Fernrohr wird arretiert.

Gitter: Um das Gitter senkrecht zur gemeinsamen Achse von Fernrohr und Kollimator auszurichten, wird durch Drehung des Gittertisches das Spiegelbild des beleuchteten Fadenkreuzes mir dem Fadenkreuz selbst zur Deckung gebracht. Da das Gitter zu wenig Licht reflektiert, ist der Spiegel an seiner Stelle zu verwenden. Falls erforderlich, muss die Neigung des Tisches mit Hilfe der drei Stellschrauben justiert werden.
Der Tisch wird arretiert, die Beleuchtung des GAUSSschen Okulars ausgeschaltet und das Fernrohr entarretiert.

4.2 Zur Messung der Beugungswinkel φ_k wird das Fadenkreuz des Fernrohrs nacheinander mit den He-Spektrallinien zur Deckung gebracht und die dazugehörigen Winkelstellungen φ' werden abgelesen.
Es werden 6 Spektrallinien jeweils in der ersten, zweiten und dritten Beugungsordnung vermessen, und zwar sowohl links als auch rechts bezogen auf die nullte Beugungsordnung. Die Beugungswinkel ergeben sich dann aus:

$$\varphi_k = \frac{\varphi'_{\text{rechts}} - \varphi'_{\text{links}}}{2} \, . \tag{8}$$

5 Auswertung

Die Beugungswinkel φ_k werden nach Gleichung (8) und daraus die Wellenlängen mit Hilfe von Gleichung (5) berechnet.
In einem Diagramm ist für jede Beugungsordnung die Wellenlänge als Funktion der Beugungswinkel graphisch darzustellen (Dispersionskurven).

6 Literatur

Bergmann, L., Schaefer, C., Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 3, de Gruyter, 1987

Gerthsen, C., Kneser, H., Vogel, H., Physik, Springer Berlin, 1989

7 Kontrollfragen

7.1 Welche Interferenzerscheinungen treten am Gitter auf?

7.2 Wie funktioniert ein Gitterspektrometer?

7.3 Wie erklärt sich dessen Auflösungsvermögen?

7.4 Was ist und wie entsteht Licht?

Polarisationsmikroskop O 11

1 Aufgabenstellung

1.1 Ein Okularmikrometer ist für die Messung von Aperturwinkeln im indirekten Strahlengang zu kalibrieren.

1.2 Es ist zu untersuchen, ob die vorliegenden Kristalle optisch einachsig oder optisch zweiachsig sind und ob sie optisch aktiv sind.

1.3 Für die optisch zweiachsigen Kristalle sind die Achsenwinkel zu bestimmen.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Zu den Themen Aufbau eines Mikroskopes, wellenoptische Erklärung der Abbildung und KÖHLERsche Beleuchtung: siehe Grundlagen zum Versuch O 4.
Ein Polarisationsmikroskop dient zur Untersuchung optisch aktiver oder doppelbrechender Präparate (z.B. mineralogische Untersuchungen). Zusätzlich zum normalen Mikroskop ist es ausgerüstet mit einem Polarisator (Polarisationsfilter unterhalb des Kondensors) zur Beleuchtung des Präparates mit linear polarisiertem Licht, einem Analysator genannten zweiten Polarisator im Tubus, der drehbar und mit einer genauen Winkelskale versehen ist, sowie mit einem drehbaren Objekttisch.

2.2 Doppelbrechung:
Viele Stoffe sind anisotrop, d.h. sie besitzen in unterschiedlichen Richtungen verschiedene physikalische Eigenschaften.
Optisch anisotrope Stoffe besitzen für verschiedene Schwingungsrichtungen des Lichtes unterschiedliche Brechzahlen. Sie haben die Eigenschaft, die durchgehenden Lichtstrahlen durch Brechung in zwei zueinander senkrecht linear polarisierte Teilbündel aufzuspalten, die sich mit verschiedenen Lichtgeschwindigkeiten fortpflanzen. Man spricht dann von Doppelbrechung.
Die Ursachen dafür sind asymmetrische Kristallgitter (z.B. bei Kalkspat), mechanische Spannung („Spannungsdoppelbrechung“) oder ein submikroskopisch anisotroper Aufbau („Formdoppelbrechung“, häufig bei biologischen Materialien mit Schicht- oder Faserstruktur).
Als optische Achsen bezeichnet man die Richtungen in optisch anisotropen Kristallen,

in denen keine Doppelbrechung beobachtet wird. Man unterscheidet optisch einachsige und optisch zweiachsige Kristalle.
Die Doppelbrechung in einem optisch einachsigen Kristall kann leicht mit Hilfe des HUYGENSschen Prinzips verstanden werden (siehe Abb.1). Die Ausbreitungsrichtung ist dabei die Normale zur Einhüllenden der Wellenfronten. Das einfallende Licht kann vektoriell zerlegt werden in einen Anteil mit der Schwingungsrichtung (Richtung des elektrischen Feldstärkevektors) senkrecht zu der durch optische Achse und Einfallsrichtung gebildeten Ebene (in Abb.1 senkrecht zur Papierebene) und einen Anteil, der in dieser Ebene schwingt. Jede Ebene durch die optische Achse heißt Hauptschnitt; die Aufteilung erfolgt also in die Schwingungsrichtungen senkrecht und parallel zum Hauptschnitt .
Bei dem ersten Anteil (ordentlicher Strahl, Abb.1a) hängt der Brechungsindex n_o nicht von der Richtung ab; die Phasenfronten der Elementarwellen sind daher Kugeln . Es gilt das Brechungsgesetz

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta_o} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OC}} = \frac{c_0}{c} = n_o \qquad (1)$$

(c_0: Vakuum-Lichtgeschwindigkeit, c: Lichtgeschwindigkeit des ordentlichen Strahls)
Der zweite Anteil (außerordentlicher Strahl, Abb.1b) kann aufgespalten werden in eine parallel und eine senkrecht zur optischen Achse schwingende Komponente. Die beiden Komponenten haben unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten. Die Wellenfronten der Elementarwellen sind deshalb Ellipsoide; der Brechungsindex n_{ao} hängt von der Strahlrichtung ab.

Aus Abb.1b geht außerdem hervor, dass für den außerordentlichen Strahl die Ausbreitungsrichtung des Lichtes (Normale zur Wellenfront OE) nicht mit der Strahlrichtung OD zusammenfällt. Man muss deshalb zwischen der Strahlgeschwindigkeit v und der Normalengeschwindigkeit u unterscheiden. Die Lichtgeschwindigkeiten $c_0 : v : u$ verhalten sich wie die Strecken $\overline{AB} : \overline{OD} : \overline{OE}$.

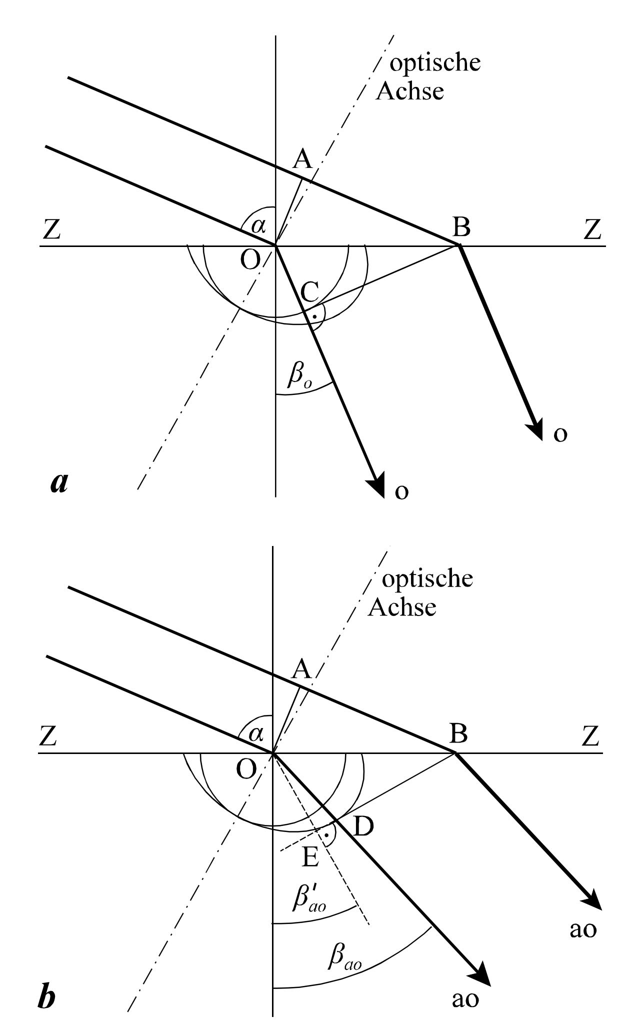


Abb. 1: *Doppelbrechung.* ***a****: ordentlicher Strahl,* ***b****: außerordentlicher Strahl*

Brechungswinkel und Brechzahl müssen auf die Normalengeschwindigkeit bezogen werden. Aus Abb.1b ergibt sich

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta'_{ao}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OE}} = \frac{c_0}{u} = n_{ao}\ . \qquad (2)$$

Es ist zu beachten, dass der beobachtete Brechungswinkel des Strahls β_{ao} vom Normalenwinkel β'_{ao} in (2) abweicht.
Die Brechzahl n_{ao} für den außerordentlichen Strahl schwankt zwischen dem Wert n_o in Richtung der optischen Achse und einem Wert n_e senkrecht zur optischen Achse. Ist $n_e < n_o$, so spricht man von negativ optisch einachsigen Kristallen (wie in Abb.1), bei $n_e > n_o$ von positiv einachsigen Kristallen (die Ellipse in Abb.1 wird vom Kreis einge-

schlossen). n_o und n_e heißen auch Hauptbrechzahlen.
Bei optisch zweiachsige Kristallen wird ein auftreffender Lichtstrahl in zwei verschiedene außerordentliche Strahlen aufgespalten, die ebenfalls senkrecht zueinander linear polarisiert sind (es gibt es keinen ordentlichen Strahl). Es existieren zwei Richtungen (optische Achsen), in denen keine Aufspaltung erfolgt. Diese beiden optischen Achsen schließen miteinander den spitzen Winkel $2V$ (Achsenwinkel) ein.
Die Brechzahlen sind ähnlich wie bei optisch einachsigen Kristallen richtungsabhängig. Es gibt drei Hauptbrechzahlen: n_α , n_β und n_γ (siehe Tabelle 1).

2.3 Doppelbrechende Platte zwischen gekreuztem Polarisator und Analysator:
Beim senkrechten Durchgang durch eine doppelbrechende Platte der Dicke d wird das Licht in zwei senkrecht zueinander polarisierte Strahlen aufgespalten. Zwischen ihnen besteht nach Austritt aus der Platte ein Gangunterschied

$$\delta = d \cdot \left(n_1 - n_2\right) \quad (3)$$

bzw. eine Phasendifferenz von

$$\Phi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 2\pi \frac{d}{\lambda} \cdot \left(n_1 - n_2\right). \quad (4)$$

Die Phasenverschiebung hängt also von der -durchstrahlten Dicke d und von der Wellenlänge λ des Lichtes ab.
Die beiden Teilstrahlen können zunächst nicht miteinander interferieren, da sie senkrecht zueinander polarisiert sind.
Bringt man die doppelbrechende Platte jedoch zwischen gekreuzte Polarisatoren, so interferieren die beiden Teilstrahlen hinter dem Analysator, was sich in von der Phasendifferenz Φ abhängigen Farberscheinungen äußert. Dies ist mit Hilfe der Abb.2 folgendermaßen zu erklären:
Das durch den Polarisator mit der Durchlassrichtung P linear polarisierte Licht L spaltet sich entsprechend der Winkellage φ der doppelbrechenden Platte in die beiden senkrecht zueinander polarisierten Teilstrahlen L_1

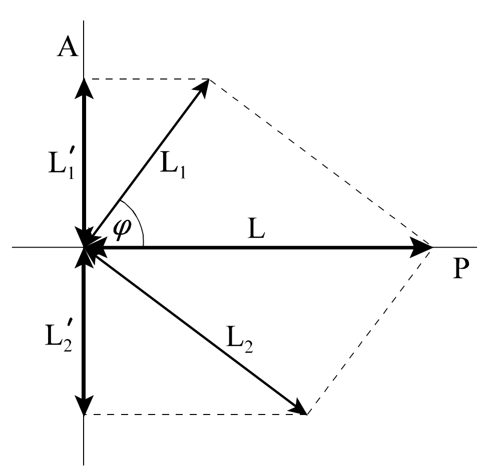


Abb.2: *Schwingungsrichtungen des Lichtes durch eine doppelbrechenden Platte zwischen gekreuzten Polarisatoren*

und L_2 auf. Entsprechend (3) erfahren diese Wellenanteile zueinander einen Gangunterschied. Von den Teilstrahlen L_1 und L_2 fällt nun jeweils der Anteil L_1' bzw. L_2' durch den Analysator der Durchlassrichtung A. Diese beiden Teile besitzen nun wieder gleiche Schwingungsrichtung und kommen zur Interferenz.
Das Resultat hängt vom Gangunterschied ab. Für $\delta = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, ...$ verstärken sich beide Anteile und für $\delta = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, ...$ löschen sie sich aus. Im Spektrum des einfallenden weißen Lichtes werden sich folglich bestimmte Farben auslöschen und andere verstärken. Gemäß der Physiologie des Auges entstehen Mischfarben, die bei niedriger Ordnung ($\delta \approx \lambda$) sehr intensiv, bei höherer Ordnung dagegen verwaschen erscheinen.
Eine maximale Farbhelligkeit erzielt man in der so genannten Diagonalstellung der doppelbrechenden Platte für $\varphi = 45°$ (bzw. φ = 135, 225, 315°). Es kommt zu keiner Aufhellung bei Normalstellung für $\varphi = 0°$ (bzw. φ = 90, 180, 270°). Durch Drehen des Präparates im Strahlengang kann folglich die Lage der doppelbrechenden Achsen und aus der Interferenzfarbe in Diagonalstellung der Gangunterschied bestimmt werden.

Beleuchtet man eine ausreichend dicke doppelbrechende Platte, die senkrecht zur optischen Achse geschnitten ist, mit konvergentem Licht (weit geöffnete Apertur-

blende, siehe O4 Abb.3), so erfährt das die Platte senkrecht durchsetzende Licht keine Doppelbrechung; bei schrägen Strahlenbündeln tritt jedoch Doppelbrechung auf. Der Gangunterschied wird um so größer, je größer der Winkel der Strahlen zur optischen Achse ist. Dies führt zu charakteristischen ringförmigen Interferenzerscheinungen in der hinteren Brennebene des Objektivs, die man durch Entfernen eines Okulars (oder noch besser durch ein Hilfsmikroskop oder eine BERTRAND-+Linse vergrößert) beobachten kann. Diese Beobachtungsart heißt auch indirekte oder konoskopische Beobachtung.

Für optisch einachsige Kristalle erhält man ein Bild entsprechend Abb.3. Das Bild ändert sich nicht, wenn der Kristall auf dem Objekttisch gedreht wird. Die Bildmitte ist dunkel (kein Gangunterschied). Ist der Kristall zusätzlich optisch aktiv, so ist die Bildmitte aufgehellt.

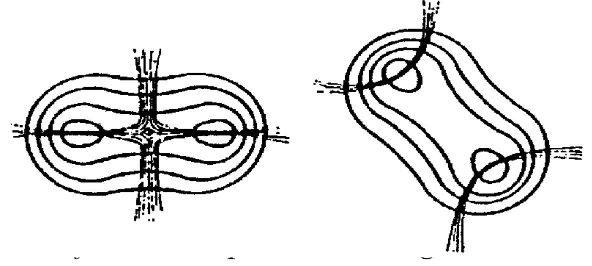


Abb. 4: *Interferenzbilder optisch zweiachsiger Kristalle*

Bei optisch zweiachsigen Kristallen, die senkrecht zur Winkelhalbierenden des Achswinkels ($2V$) geschnitten sind, erhält man bei Durchstrahlung mit konvergentem Licht zwischen gekreuzten Polarisatoren Bilder entsprechend Abb.4, je nach Drehung des Kristalls auf dem Objekttisch. Die Hyperbelscheitel in Abb. 4 entsprechen den Durchstoßpunkten der optischen Achsen, so dass aus dem Abstand $2s$ dieser Scheitel der Winkel zwischen den Achsen ermittelt werden kann. Dabei ist der Achswinkel $2V$ im Kristall vom scheinbaren, an Luft gemessenen Winkel $2E$ zu unterscheiden (siehe Abb.5). Es ist

$$\sin V = \frac{\sin E}{n_\beta} . \qquad (5)$$

Die Zentraldistanz (Abstand vom Bildmittelpunkt) eines Punktes im Interferenzbild s ist proportional zum Sinus des Winkels, den die zugehörige Richtung in Luft mit der Mikroskopachse einschließt; es gilt

$$\sin E = k \cdot s . \qquad (6)$$

Mit Hilfe eines Messokulars kann s gemessen werden. Durch Ermittlung der Proportionalitätskonstante k für eine Objektiv-Okular-Kombination ist es somit möglich, sin E damit den Achswinkel $2V$ zu bestimmen.

k kann mit Hilfe eines Vergleichspräparates mit bekanntem Achswinkel oder genauer mit Hilfe eines Apertometers bestimmt werden.

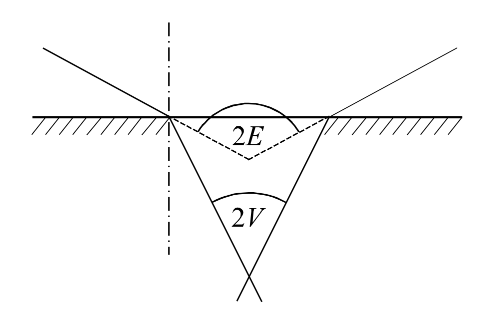


Abb. 5: *Achsenwinkel im Kristall und in Luft*

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:

- Mikroskop "JENALAB-pol" mit Polarisationseinrichtung und Messokular
- Apertometer nach ABBE
- Mikroskopierleuchte mit Stativ
- verschiedene Kristallpräparate

3.1 Beim Mikroskop JENALAB-pol wird eine gleichmäßige Feldausleuchtung und eine angemessene Ausleuchtung der Objektivapertur durch eine vereinfachte KÖHLERsche Beleuchtung gewährleistet. Lampe, Kollektor und Kondensor sind fest eingestellt, so dass eine Justierung der Beleuchtungseinrichtung nicht erforderlich ist. Beim Arbeiten mit dem Objektiv 2,5× muss für die richtige Aus-

leuchtung die Großfeldlinse (unter dem Kondensor) eingeschwenkt sein.
Der Polarisator befindet sich in einem Schieber unterhalb des Kondensors und kann durch einen Hebel gedreht werden. Beim Mikroskopieren sollte der Hebel in der zum Körper zeigenden Raststellung eingerastet sein. Die Winkelstellung des Analysators ist an einem Nonius mit einer Genauigkeit von 0,1° ablesbar.

3.2 Ein Apertometer dient zur Messung der Objektivapertur. Es beleuchtet die Objektebene aus definierten, einstellbaren Winkeln zur optischen Achse. An der Winkelskale ist die Beleuchtungsapertur aufgetragen. Im indirekten Strahlengang (bei eingeschalteter BARTRAND-Linse) kann die Lage der Lichtquelle in der Objektivaustrittspupille beobachtet und somit die Objektivapertur gemessen werden.

4 Versuchsdurchführung

4.0 Vorbereitung des Mikroskops:
Vor der Betrachtung eines Präparates ist das Okularmikrometer scharf zu stellen. Schalten Sie dazu die Beleuchtungseinrichtung im Mikroskopfuß ein und leuchten Sie das Gesichtsfeld (mit einem beliebigen Objektiv und ohne Präparat) gleichmäßig aus. Blicken Sie durch das mit der Messplatte ausgerüstete Okular und stellen Sie durch Verdrehen der Augenlinse das Okularmikrometer scharf. Versuchen Sie dabei, entspannt in die Ferne zu blicken.
Für die Messungen mit dem Apertometer muss der Präparatetisch vorübergehend tiefer gelegt werden, da das Apertometer sonst nicht unter das Objektiv passt.
Stellen Sie zunächst den Tisch mit dem Mikroskoptrieb ganz nach unten und schwenken Sie das Objektiv 50× in den Strahlengang. Lockern Sie **vorsichtig** die Rändelschraube an der Schwalbenschwanzführung des Präparatetisches (dabei hält man mit der anderen Hand den Tisch fest), schieben Sie den Tisch soweit nach unten, dass das Apertometer zwischen Tisch und Objektiv passt und schrauben Sie den Tisch wieder fest.
Im Anschluss an die Messungen zu 4.1 muss der Tisch wieder in die normale Position gebracht werden. Dazu schraubt man den Mikroskoptrieb ganz nach oben. Dann lockert man den Tisch vorsichtig an der Rändelschraube, schiebt ihn bis etwa 0.5 mm unter das stärkste Objektiv nach oben und befestigt ihn wieder.

4.1 Das Apertometer wird auf den Präparatetisch gelegt und das Objektiv 2,5× auf die Mitte des metallisierten Bereichs (|) fokussiert. Die Rundung des Glaskörpers zeigt dabei nach links. Die externe Mikroskopierleuchte wird horizontal ausgerichtet, so dass sie die weiße Lichteintrittsöffnung der Apertometers beleuchtet. Die Lichteintrittsöffnung sollte sich zunächst in der Apertur 0 befinden. Nun wird das zu vermessende Objektiv 50× eingeschwenkt und die BERTRAND-Linse in den Strahlengang gebracht (Knopf rechts am Tubus ziehen). Im Okular sollte jetzt das kleine Messkreuz des Apertometers zu sehen sein.
Die Position des Kreuzes auf dem Okularmikrometer ist in Abhängigkeit von der eingestellten Apertur zu messen. Variieren Sie dazu die Apertur von 0 bis 0,8 in Schritten von 0,2 nach beiden Seiten.

4.2 Das zu untersuchende Präparat wird auf den Objekttisch gelegt und das Mikroskop – zunächst mit einem schwächer vergrößerndem Objektiv, dann mit dem Objektiv 50×/0,80 – scharf auf die Kristalloberfläche eingestellt.
Der Polarisator ist in den Strahlengang zu schieben und der Analysator senkrecht zu diesem einzustellen (Auslöschung ohne Präparat). Die BERTRAND-Linse wird in den Strahlengang gebracht, so dass die Interferenzerscheinungen in der hinteren Brennebene des Objektivs und die Aperturblende sind scharf zu sehen sind. Die Aperturblende ist so weit zu öffnen, dass sie das Bild nicht mehr begrenzt. Die Großfeldlinse ist ausgeschwenkt.

Auf diese Weise werden alle vorliegenden Kristallpräparate untersucht. Es ist festzustellen, ob es sich um ein- oder zweiachsige Kristalle handelt. Im ersten Fall ist zu untersuchen, ob die Kristalle auch optisch aktiv sind, im letzteren Fall ist der Scheitelabstand $2s$ zu messen.
Um den Scheitelabstand zu messen, wird durch Drehen des Objekttisches das Interferenzbild entsprechend Abb.4b eingestellt. Der Abstand $2s$ (in Skt.) zwischen den Hyperbelscheiteln ist auf der Skale des Okularmikrometers abzulesen.

5 Auswertung

5.1 Die eingestellte Apertur ist in Abhängigkeit von der Position des Apertometerkreuzes (in Skt.) grafisch darzustellen, wobei die Apertur nach einer Seite positiv, nach der anderen Seite negativ gezählt wird. Ermitteln Sie den Kalibrierfaktor k nach (6) als Anstieg der Messkurve!

5.2 In einer Tabelle wird zusammengestellt, ob die untersuchten Kristalle optisch einachsig oder zweiachsig sowie optisch aktiv sind. Für die optisch zweiachsigen Kristalle werden die Achsenwinkel $2V$ nach Gl. (5) und (6) aus dem Scheitelabstand $2s$ berechnet.
Die Werte der Brechzahlen n_β sind der Tabelle 1 zu entnehmen.

Zusätzliche Experimentiermöglichkeiten:

Beobachtung schwach doppelbrechender Präparate (verschiedene Gesteins-Dünnschliffe, Zahn-Dünnschliff) im direkten Strahlengang. Der Gangunterschiedes δ zwischen ordentlichem und außerordentlichem Strahl kann aus der Interferenzfarbe im direkten Mikroskopbild mit Hilfe einer Farbtabelle ermittelt werden. Um die sehr kleinen Gangunterschiede messen zu können, wird eine zusätzliche doppelbrechende Platte (λ-Kompensator, δ = 562 nm) in den Strahlengang gebracht. Der Versuch (O11 für Mediziner) ist ausführlich im Heft “Physikpraktikum für Medizin- und Zahnmedizinstudenten” (bis 9. Auflage 2002) beschrieben.

Tabelle 1: *Haupbrechzahlen optisch zweiachsiger Kristalle*

Name	n_α	n_β	n_γ
Aragonit	1,53	1,68	1,69
Baryt	1,64	1,64	1,65
Beryll	1,59	1,58	
Biotit	1,56	1,59	1,59
Cerussit	1,80	2,08	2,08
Muskovit	1,54	1,59	1,60
Sanidin	1,52	1,525	1,526
Topas	1,63	1,63	1,64
Turmalin	1,64	1,62	

6 Literatur

Bergmann, L., Schaefer, C., Lehrbuch der Experimentalphysik, de Gruyter, Berlin-New York 1990

H. Beyer: Handbuch der Mikroskopie, Verlag Technik, Berlin (1973)

7 Kontrollfragen

7.1 Wie ist ein Polarisationsmikroskop aufgebaut und welche Untersuchungen sind damit möglich?

7.2 Was versteht man unter Doppelbrechung und optischer Aktivität?

Fotozelle O 14

1 Aufgabenstellung

Das Plancksche Wirkungsquantum ist mit Hilfe des Fotoeffektes nach der Gegenspannungsmethode zu bestimmen.

2 Physikalische Grundlagen

Eine Vakuum-Fotozelle besteht aus einer großflächigen Alkalimetall-Kathode und einem gegenüberliegenden Anodenring in einem evakuiertem Glaskolben. Fällt Licht auf die Kathoden so vermag dieses aus der Metalloberfläche Elektronen abzulösen ("äußerer lichtelektrischer Effekt", kurz: Fotoeffekt). Diese werden durch eine von außen angelegte Spannung von der Anode abgesaugt und im äußeren Kreis als Fotostrom nachgewiesen (siehe Versuchsanordnung Abb.2). Der Effekt wurde bereits 1888 von HALLWACHS entdeckt. LENARD fand 1902 experimentell, dass die Energie der austretenden Elektronen nicht von der Lichtintensität sondern nur von der Wellenlänge des Lichtes abhängt, was mit den Vorstellungen der klassischen Physik nicht vereinbar ist. EINSTEIN konnte 1905 (Nobelpreis 1921) diesen Effekt mit Hilfe der damals revolutionären Annahme der Quantelung des Lichtes zwanglos erklären:
Die Energie eines Lichtquants der Frequenz ν ist

$$E = h \cdot \nu \qquad (1)$$

mit dem PLANCKschem Wirkungsquantum $h = 6{,}623 \cdot 10^{-34}$ Ws^2. Treffen Lichtquanten auf die Metalloberfläche auf, so geben sie ihre Energie an die Elektronen ab. Ein Teil der Energie wird benötigt, um die Elektronen aus dem Atomverband herauszulösen und aus der Metalloberfläche austreten zu lassen (Austrittsarbeit A). Die Restenergie dient der Beschleunigung der Elektronen. Es folgt die EINSTEINsche Gleichung

$$h \cdot \nu = \frac{m v^2}{2} + A . \qquad (2)$$

In der Fotozelle ist somit ein Strom nachweisbar, auch wenn keine Spannung angelegt wurde, da ein Teil der Elektronen auf die Anode trifft. Zur Bestimmung der kinetischen Energie wird eine Gegenspannung U angelegt. Die beim Abbremsen der Elektronen verrichtete Arbeit ist $e \cdot U$. Wird der Fotostrom gerade unterdrückt, dann gilt

$$\frac{m v^2}{2} = e \cdot U . \qquad (3)$$

Damit ergibt sich aus Gl. (2) eine Möglichkeit zur Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums, indem man die Fotozelle mit monochromatischem Licht bekannter Frequenz ν beleuchtet. Probleme bereitet in der Praxis die schlechte Reproduzierbarkeit der Austrittsarbeit A, die nicht nur von der Art des Metalls sondern auch von der Oberflächenbeschaffenheit (z.B. Oxydbelegung) abhängt. Die Bestimmung von A kann man umgehen, indem man die Gegenspannung U für Licht verschiedener Frequenzen ν bestimmt und h entsprechend

$$U = \frac{1}{e}\left(h\nu - A\right) \qquad (4)$$

aus dem Anstieg der Funktion $U(\nu)$ berechnet.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- Kalium-Fotozelle in Gehäuse auf optischer Bank
- Quecksilber-Hochdrucklampe mit Vorschaltgerät auf optoscher Bank
- 3 Sammenlinsen L1 (f=40mm), L2 (f=140 mm), L3 (f=100mm)

- 2 Spalte (Diahalter mit Blenden)
- Reflexionsgitter, ca. 680 Linien pro mm
- Strom-Messverstärker
- 2 Digitalmultimeter
- Akkumulator (2 V)
- Potentiometer 1 kΩ
- Verbindungsleitungen

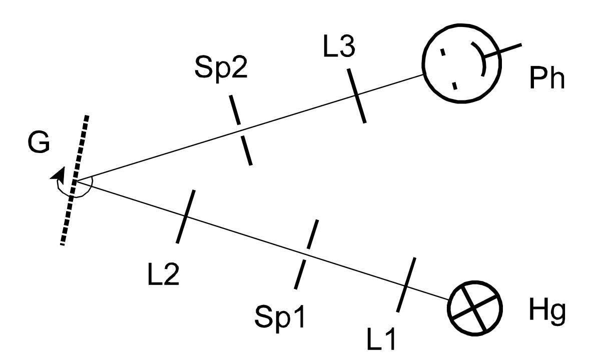


***Abb. 1:** Optischer Aufbau des Versuches*

3.1 Die Fotozelle wird mit Hilfe eines Gittermonochromators mit dem Licht einzelner Spektrallinien der Hg-Lampe beleuchtet (Abb.1). Der Monochromator besteht aus Eintrittsspalt Sp1, drehbarem Gitter G, Austrittsspalt Sp2 und der Linse L2. Diese bildet den Eintrittsspalt scharf auf den Austrittsspalt ab. L1 dient als Kondensor und sorgt für maximale und gleichmäßige Ausleuchtung des Spaltes Sp1. L3 fokussiert das Licht auf die Fotozelle.
Über dem Austrittsspalt ist ein Streifen weißes Papier angebracht. Durch Fluoreszenz kann man auf dem Papier auch einen Teil der ultravioletten Spektrallinien der Hg-Lampe erkennen.
Das lichtdichte Gehäuse der Fotozelle mit Tubus und Blende gewährleistet, dass das Licht nur auf einen kleinen Bereich in der Mitte der metallisierten Fläche fallen kann.

Das Gitter darf nicht berührt werden! Es ist durch einem Deckel geschützt, der nur während der Messung abgenommen werden darf.
Die Hg-Hochdrucklampe darf nur über das Vorschaltgerät (Drossel 0,5 A) betrieben werden! Vermeiden Sie den direkten Blick in das Licht der Hg-Lampe.

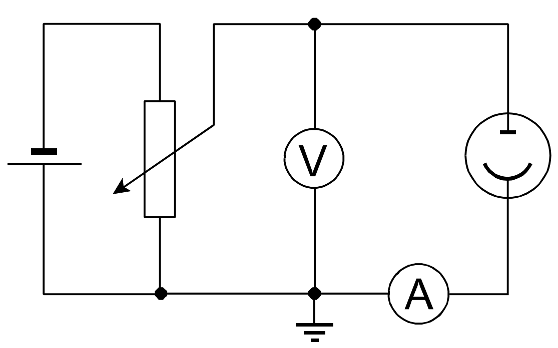


***Abb. 2:** Elektrische Schaltung zur Bestimmung der Gegenspannung*

Abb.2 zeigt die elektrische Schaltung zur Messung der Gegenspannung. Der Fotostrom (Größenordnung 10^{-9}A) wird mit Hilfe des empfindlichen Messverstärkers gemessen. Der Messverstärker liefert eine dem Strom proportionale Spannung (1 V entspricht dem Strom am Bereichsumschalter), die mit einem Multimeter angezeigt wird.

4 Versuchsdurchführung

Zur Justierung des optischen Aufbaus kann das Gehäuse der Fotozelle vorübergehend **vorsichtig** geöffnet werden. Schalten Sie die Hg-Lampe am Vorschaltgerät ein. Justieren Sie den optischen Aufbau (Spaltbreiten, Stellung der Linsen, Winkel zwischen den beiden optischen Bänken), so dass ein monochromatischer Lichtfleck etwa in die Mitte der Fotokathode fällt. Für ein gutes Messsignal sollte die Lichtintensität so groß wie möglich sein.
Durch Drehung des Gitters und Verschieben der Linse L2 können Sie das Spektrum der Hg-Lampe auch an die Wand und auf ein Blatt weißes Papier projizieren. Beobachten Sie den Unterschied!
Die Schaltung ist nach Abb.2 aufzubauen. Die automatische Messbereichsumschaltung der Multimeter sollte ausgeschaltet werden.
Mindestens für die fünf starken bis sehr starken Spektrallinien (siehe Tabelle 1) ist der Fotostrom in Abhängigkeit von der Gegenspannung zu messen. Bei großen Gegenspannungen kann der Strom negative Werte

annehmen. Die Kennlinien sollen von $U = 0$ bis etwa 0,5 V über dem Wert der Gegenspannung aufgenommen werden, bei dem $I = 0$ ist. Protokollieren Sie auch die Gegenspannung, bei der der Fotostrom Null wird.

5 Auswertung

Die Kennlinien $I(U)$ sind grafisch darzustellen und zu diskutieren. Warum kann I bei großen Gegenspannungen negativ werden?

Die Spannung U_0, bei der I=0 wird, ist in Abhängigkeit von der Frequenz ν grafisch darzustellen. Aus dem Anstieg ist nach (4) das Plancksche Wirkungsquantum zu bestimmen.

Mit Hilfe von Überlegungen zur Geschwindigkeitsverteilung der Fotoelektronen lässt sich zeigen, dass für den Fotostrom näherungsweise gilt

$$I \sim \left(U_0 - U\right)^2 \qquad (5)$$

(siehe Artikel von Morton und Abraham).
Hieraus ergibt sich eine genauere Möglichkeit der Bestimmung von h aus den Messdaten: Stellen Sie für alle Messreihen $\sqrt{I}$ (für $I > 0$) in Abhängigkeit von U dar und bestimmen Sie den Schnittpunkt der Kurven mit der Abszisse durch lineare Regression. Die so gewonnenen Werte für U_0 sind wieder gegen die Frequenz ν aufzutragen und aus dem Anstieg ist das Plancksche Wirkungsquantum zu bestimmen.

6 Literatur

W. Walcher: Praktikum der Physik. B.G. Teubner Stuttgart 1989

A. Einstein: Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. Ann. d. Phys. **17**, 132 (1905)

N. Morton, J. Abraham: Planck's Constant and the Photoelectric Effect. Phys. Educ. 21 (1986) p.377

J. Strnad: Die Austrittsarbeit beim Photoeffekt. PdN-Ph 11/1980 p.343

Tabelle 1: *Hg-Spektrallinien*

λ / nm	Farbe	Intensität
579,1	gelb-orange	stark
577,0	gelb-orange	stark
546,1	grün	sehr stark
491,6	blaugrün	schwach
435,8	blau	sehr stark
404,7	violett	stark
365,0	ultraviolett	sehr stark
334,1	ultraviolett	

7 Kontrollfragen

7.1 Erläutern Sie die historische Bedeutung dieses Versuchs.

7.2 Wie ist A in (4) zu interpretieren? (siehe Artikel von J.Strnad)

7.3 Wie ist ein Gittermonochromator aufgebaut?

Radioaktivität O 16

1 Aufgabenstellung

1.1 Die Abhängigkeit der Strahlungsintensität vom Abstand zur Strahlenquelle ist zu ermitteln.

1.2 Der Schwächungskoeffizient und die Halbwertsdicke von Blei für die Gammastrahlung von Co-60 sind zu bestimmen.

1.3 Die Häufigkeitsverteilung der Zählrohrimpulse (Zählstatistik) ist zu untersuchen.

2 Physikalische Grundlagen

Unter Radioaktivität versteht man die Eigenschaft bestimmter Atomkerne, sich infolge ungünstiger Proton-Neutron-Verhältnisse spontan in andere Atomkerne oder Atomkerne anderen Energieinhalts unter Emission charakteristischer radioaktiver Strahlung umzuwandeln. Sie kommt natürlich vor, kann aber auch künstlich erzeugt werden (durch Beschuss stabiler Atomkerne). Abhängig von der Art der Umwandlung entsteht dabei:
α-Strahlung (Heliumkerne, bestehend aus 2 Protonen und zwei Neutronen),
β^--Strahlung (Elektronen),
β^+-Strahlung (Positronen),
γ-Strahlung (elektromagnetische Wellen mit einer Quantenenergie über 100 keV),
Neutronen und (selten) Protonen.
γ-Strahlung entsteht als Folge von Kernreaktionen, bei denen der Kern in einen angeregten Zustand gelangt ist. Aus diesem kehrt er durch Aussendung von γ-Strahlung wieder in den Grundzustand zurück.

2.1 In einem radioaktiven Präparat ist die Zahl der sich pro Zeiteinheit umwandelnden Atomkerne proportional zur Zahl der vorhandenen Kerne. Die (mittlere) Anzahl der Kernumwandlungen pro Sekunde nennt man Aktivität A:

$$A = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} . \tag{1}$$

die Einheit heißt Becquerel (1 Bq = 1 s^{-1}). Da alle Atomkerne mit der gleichen Wahrscheinlichkeit zerfallen folgt, dass während des folgenden Zeitintervalls dt die Zahl der radioaktiven Kerne um

$$\mathrm{d}N = -\lambda \cdot N \cdot \mathrm{d}t \tag{2}$$

(λ - Zerfallskonstante) abnehmen wird. Für die Anzahl N gilt daher das Zerfallsgesetz

$$N(t) = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t} \tag{3}$$

mit N_0 der Zahl der radioaktiven Atomkerne zur Zeit $t = 0$.

Wenn ein γ-Quant (oder auch ein α- oder β-Teilchen) von einem Strahlungsdetektor wie dem Geiger-Müller-Zählrohr registriert wird, löst es in diesem einen Stromimpuls aus; die Impulse werden gezählt. Die pro Zeiteinheit registrierte Impulsanzahl N heißt Impulsrate I, sie ist proportional zur Strahlungsintensität. Außerdem hängt sie von den Eigenschaften des Zählrohres und unter Umständen auch von der Energie der Strahlung ab.
Die von einem radioaktiven Präparat erzeugte Impulsrate ergibt sich aus der Differenz der Impulsraten, die mit und ohne Präparat gemessen werden:

$$I = I_P - I_L , \tag{4}$$

wobei I_P die Messrate und I_L den Leerwert (Nulleffektrate) bezeichnet. Der Nulleffekt wird durch kosmische und Umgebungsstrahlung sowie durch Detektorstörimpulse bewirkt.

2.2 Beim Durchgang durch Materie wird die Intensität der Gamma-Strahlung (gemessen als Impulsrate I) in Abhängigkeit von der Dicke x des durchstrahlten Stoffes verringert (Schwächungsgesetz):

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}. \quad (5)$$

I_0 ist die Intensität der einfallenden und I die Intensität der austretenden Strahlung. μ heißt Schwächungskoeffizient und hängt vom Stoff und von der Energie der Gamma-Quanten ab. Für die Schwächung sind neben der elastischen Streuung (μ_S) drei Absorptionseffekte wesentlich: Der Photoeffekt (μ_{Ph}), die unelastische Streuung (Comptoneffekt, μ_C) und der Paarbildung (μ_P):

$$\mu = \mu_S + \mu_{Ph} + \mu_C + \mu_P . \quad (6)$$

Der Einfluss dieser einzelnen Effekte auf den Schwächungskoeffizienten ist energieabhängig, wobei die elastische Streuung und der Photoeffekt bei niedrigen und der Paarbildungseffekt bei den höchsten Energien dominieren.
Unter der Halbwertsdicke $d_{1/2}$ eines Stoffes versteht man die Schichtdicke, nach der die Intensität der Strahlung auf die Hälfte abgesunken ist. Aus der Gleichung (5) folgt damit

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}. \quad (7)$$

2.3 Der radioaktive Zerfall eines Kerns ist ein Quantenprozess. Die Vorhersage eines genauen Zeitpunktes für ein Zerfallsereignis ist grundsätzlich nicht möglich, lediglich die Wahrscheinlichkeit des Zerfalls in einem gewissen Zeitraum ist bekannt. Die Anzahl der mit einem Zählrohr pro Zeiteinheit gemessenen Impulse ist deshalb aus grundlegenden physikalischen Gründen (und nicht etwa wegen der Messunsicherheit der Geräte) eine Zufallszahl. Dies merkt man besonders bei kleinen Impulsraten bzw. kurzen Messzeiten.
Ist N die Anzahl der radioaktiven Kerne und p die Wahrscheinlichkeit für den Zerfall eines Kerns, so ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von n Zerfällen

$$P_N(n) = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad (8)$$

mit dem Mittelwert $\nu = N \cdot p$ (auch Erwartungswert genannt). Für $N \to \infty$ und $p \to 0$, was hier in sehr guter Näherung gegeben ist, geht die Binomialverteilung (8) über in eine POISSONverteilung

$$P(n) = \frac{\nu^n e^{-\nu}}{n!} \quad (9)$$

mit dem Mittelwert ν.
Die Poissonverteilung hat die wichtige Eigenschaft, dass ihre Varianz σ^2 gleich dem Mittelwert ist. Misst man eine ausreichend große Anzahl von zufälligen Ereignissen ($n > 100$) in einer Zeiteinheit, so ist $n \approx \nu$. Aus diesem Grund gilt für die Standardabweichung des Messergebnisses n immer

$$\sigma_n = u(n) \approx \sqrt{n} . \quad (10)$$

Die Statistische Messunsicherheit ist etwa gleich der Wurzel aus dem Messwert.

Für große n kann außerdem die POISSON-verteilung durch eine GAUßverteilung

$$P(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\nu}} e^{-\frac{(n-\nu)^2}{2\nu}} \quad (11)$$

angenähert werden.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte:
- Radioaktives Präparat Co-60 (γ-Strahler 1,17 MeV und 1,33 MeV; $A = 74$ kBq 2010; $t_{1/2} = 5{,}27$ a)
- Geiger-Müller-Zählrohr
- Digitalzähler
- PC mit Software “Digitalzähler”
- verschieden dicke Absorberplatten aus Blei

3.1 Co-60 ist ein γ-Strahler, der früher in der Medizin für die Telekobalttherapie verwendet wurde. Co-60 entsteht durch Neutronen-Einfang aus Co-59 und hat eine Halbwertszeit von 5,27 Jahren. Das radioaktive Präparat befindet sich in einer Bohrung in einem Acrylglasblock, der auf einem beweglichen Schlitten befestigt ist.
Zur Messung der Strahlungsintensität (Impulsrate) dient ein selbstlöschendes Geiger-

Müller-Zählrohr. Das Zählrohr besitzt ein Glimmerfenster, wodurch es außer für γ- auch für β-Strahlung empfindlich ist. Die Impulse werden von einem elektronischen Zähler registriert, der gleichzeitig die Betriebsspannung für das Zählrohr liefert.
Präparat und Zählrohr sind so auf einer Schiene angeordnet, dass die zu messende Strahlung vom Präparat durch eine Öffnung im Acrylglasblock auf das Fenster des Zählrohres trifft. In den Strahlengang können Absorberplatten gestellt werden. Der Abstand zwischen Präparat und Zählrohr ergibt sich aus dem an der Schiene abgelesenem Abstand zwischen den grauen Schlitten + 10 mm.

4 Versuchsdurchführung

Strahlenschutz

Entsprechend der Strahlenschutzverordnung ist jede Bestrahlung, auch unterhalb der zulässigen Grenzwerte, zu minimieren. Abstand ist der beste Strahlenschutz! Deshalb: Halten Sie das Präparat nicht unnötig in der Hand. Halten Sie beim Experimentieren einen Abstand von etwa 0,5 m zum Präparat ein.

Die Co-60 - Quelle ist ein umschlossenes Präparat mit einer Aktivität unterhalb der Freigrenze laut Strahlenschutzverordnung. Die Strahlenbelastung (effektive Dosis) bei der Durchführung des Versuches liegt in der Größenordnung von 1 µSv, das entspricht 0,1% der Dosis bei einer medizinischen Röntgenaufnahme.

4.1 Für das Zählrohr ist eine Betriebsspannung von 480 V einzustellen. Die Messzeit beträgt 60 s. Alle Messungen werden jeweils fünf mal durchgeführt.
Zu Beginn ist der Nulleffekt I_L durch Messung ohne radioaktives Präparat zu bestimmen.
Zur Ermittlung der Abhängigkeit der Impulsrate vom Abstand r wird das Präparat in den Abständen 40; 50; 70; 100; 140; 190 und 250 mm zum Zählrohr positioniert und die zugehörigen Impulsraten werden bestimmt.

4.2 Zur Bestimmung des Schwächungskoeffizienten μ für Blei wird das Präparat in einem Abstand von 70 mm vom Zählrohr positioniert und zwischen ihnen die Absorberhalterung eingesetzt. Bleiplatten verschiedener Dicken x werden in den Strahlengang gebracht und die dazugehörigen Impulsraten gemessen. Die Messungen sind für x = 1; 2; 5; 10; 20; 30 mm je fünfmal durchzuführen. Die Messung für x = 0 wurde bereits in 4.1 durchgeführt.

Zusatzaufgabe: Platzieren Sie die 1 mm dicke Bleiplatte einmal dicht vor dem Zählrohr und einmal dicht vor dem Präparat. Diskutieren Sie den Unterschied in den Messergebnissen!

4.3 Die Messung der Häufigkeitsverteilung der Impulsrate kann weitgehend unbeaufsichtigt z.B. während des Testatgespräches oder während der Auswertung anderer Versuchsteile am PC erfolgen.
Die Software zum Digitalzähler gleicht dem Programm CassyLab; Bedienhinweise hierzu befinden sich im Anhang.
Das Präparat wird in 12 cm Abstand vom Zählrohr platziert, der Digitalzähler auf Ratenmessung mit einer Torzeit von 1 s gestellt und das Programm "Digitalzähler" gestartet. Die Messung wird entweder am Zählgerät oder im Programm gestartet und mindestens 10 Minuten lang aufgezeichnet.
Eine zweite Messreihe ist mit einem Präparateabstand von 5 cm aufzunehmen.

5 Auswertung

Aus den jeweils fünf Einzelmessungen in 4.1 und 4.2 wird der Mittelwert gebildet. Alle Werte für die Impulsraten werden durch Abzug des Nulleffektes korrigiert.

5.1 Zur Bestimmung des Abstandsgesetzes $I = I(r)$ werden die Impulsraten in Abhängig-

keit vom Abstand r doppelt logarithmisch dargestellt. Aus dem Anstieg ist der Exponent des Abstandsgesetzes zu bestimmen. Vergleichen Sie diesen mit dem theoretischen Wert!

5.2 Zur Bestimmung des Schwächungskoeffizienten μ für Blei werden die Impulsraten in Abhängigkeit von den Absorberdicken x graphisch dargestellt. Es ist eine halblogarithmische Darstellung zu wählen (Zählrate logarithmisch als Ordinate, Dicke linear als Abszisse). Alternativ kann ln(I) berechnet und linear dargestellt werden.
Aus (5) erhält man durch Logarithmieren:

$$\ln I = \ln I_0 - \mu \cdot x \quad \text{oder}$$

$$\lg I = \lg I_0 - \mu \cdot x \cdot \lg \mathrm{e}.$$

Der Schwächungskoeffizient μ ergibt sich folglich aus dem Anstieg der Kurve.
Die Halbwertsdicke von Blei ist nach Gl. (7) zu berechnen.

5.3 Für beide Messreihen sind jeweils Mittelwert $\overline{n}$ und Standardabweichung σ zu berechnen. Die Häufigkeitsverteilungen der Messwerte der Impulsrate (Histogramme) sind graphisch als Balkendiagramme darzustellen. An die Histogramme ist eine Poisson- und eine Normalverteilung anzupassen und als Kurven in die Diagramme einzuzeichnen.
Diese Aufgaben lassen sich am einfachsten im Programm “Digitalzähler” lösen, suchen Sie hierzu im Kontextmenü der Histogrammdarstellung den Menüpunkt “Anpassung”.
Die Ergebnisse sind zu diskutieren und die Vorhersage $\sigma = \sqrt{\overline{n}}$ ist zu prüfen.

6 Literaturangaben

Eichler, Kronfeldt, Sahm: Das Neue Physikalische Praktikum. Springer Verlag, 2001

Gerthsen, C., Kneser, H., Vogel, H., Physik, Springer Berlin, 1989

7 Kontrollfragen

7.1 Was ist der Unterschied zwischen Röntgen- und γ-Strahlung?

7.2 Was versteht man unter den Begriffen „Halbwertsdicke“ und „Halbwertszeit“?

7.3 Nach welchem Gesetz nimmt die Strahlungsintensität mit der Entfernung ab?

7.4 Wie groß ist die Messunsicherheit bei der Messung von Impulsraten?

Spektralphotometer O 20

1 Aufgabenstellung

Bringen Sie bitte zum Versuch ein frisches grünes Blatt mit.

1.1 Das Spektrum der Leuchtstofflampen im Raum soll untersucht werden, die darin auftretenden Hg-Spektrallinien sind zu identifizieren. Selbst mitgebrachte LED-Lampen, Laserpointer etc. können untersucht werden.

1.2 Ein alkoholischer Chlorophyllextrakt ist herzustellen, seine Extinktion im Spektralbereich 400…800 nm bei verschiedenen Konzentrationen ist zu messen. Aus den Messkurven sind die Konzentrationen von Chlorophyll a und Chlorophyll b sowie das Verhältnis beider Konzentrationen zu ermitteln.

2 Grundlagen

2.1 Beim Durchgang durch Materie wird Licht durch Absorption und durch Streuung (Brechung und Reflexion an kleinen Teil-

chen) geschwächt. An Grenzflächen wird das Licht partiell reflektiert. Alle drei Prozesse sind abhängig von der Wellenlänge.
Das Verhältnis der durch eine Probe hindurchgehenden Lichtintensität I zu einfallender Intensität I_0 wird als Transmissionsgrad oder kurz Transmission T bezeichnet:

$$T = \frac{I}{I_0} . \quad (1)$$

Die Abnahme der Intensität in Abhängigkeit von der durchstrahlten Materialdicke d wird mathematisch beschrieben durch

$$I = I_0 e^{-\mu d} , \quad (2)$$

wobei μ als Schwächungskoeffizient bezeichnet wird; siehe auch Versuch O16, Gl.(5).
Wird in einer Lösung das Licht vom gelösten Stoff absorbiert, so ist μ proportional zu dessen Konzentration c:

$$\mu = \varepsilon_n \cdot c . \quad (3)$$

ε_n heißt (natürlicher) Extinktionskoeffizient und hängt von der Substanz und von der Wellenlänge ab.
Aus (2) und (3) ergibt sich das LAMBERT-BEERsche Gesetz

$$I = I_0 e^{-\varepsilon_n \cdot c \cdot d} . \quad (4)$$

Als natürliche Extinktion E_n bezeichnet man

$$E_n = \ln\frac{I_0}{I} = \varepsilon_n \cdot c \cdot d . \quad (5)$$

Die Konzentration einer Lösung ist proportional zur Extinktion und lässt sich somit bequem durch Messung der Extinktion bestimmen.

In der Praxis verwendet man nicht den natürlichen, sondern mit dem dekadischen Logarithmus; das Wort dekadisch lässt man dabei meist weg. Die Beziehung für die (dekadische) Extinktion E lautet:

$$E = \lg\frac{I_0}{I} = \varepsilon \cdot c \cdot d . \quad (6)$$

Der (dekadische) Extinktionskoeffizient ist $\varepsilon = \varepsilon_n / \ln 10 = 0{,}4343 \cdot \varepsilon_n$.

Durch Vergleich von (1) und (6) findet man die wichtige Gleichung

$$E = \lg\frac{1}{T} . \quad (7)$$

Wir betrachten nun den Fall, dass das Licht erst durch eine Lösung des Stoffes 1 und danach durch eine Lösung des Stoffes 2 geschwächt werde. Die eingestrahlte Intensität sei I_0, die Intensität nach der 1. Lösung I_1 und nach der 2. Lösung I_2. Dann ist nach (1) die Transmission der 1. Lösung $T_1 = I_1/I_0$, die der 2. Lösung $T_2 = I_2/I_1$ und die Transmission der gesamten Anordnung

$$T_{ges} = \frac{I_2}{I_0} = T_1 \cdot T_2 . \quad (8)$$

Für die Extinktionen gilt nach (7):

$$\lg\frac{1}{T_1 \cdot T_2} = \lg\frac{1}{T_1} + \lg\frac{1}{T_2}$$
$$E_{ges} = E_1 + E_2 . \quad (9)$$

Diese Betrachtung gilt auch, wenn sich die beiden Stoffe gemeinsam in einer Lösung befinden (sofern sie sich nicht gegenseitig beeinflussen). Zusammengefasst gilt deshalb folgender Satz:

Wird Licht durch mehrere verschiedene Prozesse geschwächt, so multiplizieren sich die Transmissionen und addieren sich die Extinktionen der Einzelprozesse.

Im wissenschaftlichen Alltag wird die Extinktion (englisch: *absorbance*) oft fälschlich *Absorption* genannt. Dies sollte man im Interesse einer eindeutigen Sprache vermeiden. Der Begriff Absorption ist nicht so genau definiert und bezeichnet manchmal den Teil der Extinktion ohne Streuung und manchmal die Größe $1 - T$ (Absorptionsgrad).

2.2 Ein Spektralphotometer ist ein Gerät, welches die Lichtintensität, die Transmission oder die Extinktion in Abhängigkeit von der Wellenlänge misst. Ein (optisches) Spektrometer misst das Lichtspektrum, d. h. die Lichtintensität in Abhängigkeit von der

Wellenlänge. Beide Begriffe werden auch synonym verwendet, jedoch steht beim Spektralphotometer die genaue Messung von *I*, *T* bzw. *E* (für Konzentrationsmessungen im medizinisch-chemischen Labor) im Vordergrund, beim Spektrometer dagegen mehr die genaue Messung der Wellenlänge λ.

Es gibt zwei Anwendungsfälle: Die Untersuchung der spektralen Zusammensetzung des Lichtes einer Quelle (Emissionsspektrum) und die Untersuchung der Absorption von Licht durch einen Stoff (Absorptionsspektrum). Im zweiten Fall benötigt man zusätzlich eine Lichtquelle mit kontinuierlichem Spektrum (z.B. eine Glühlampe); die zu untersuchende Substanz befindet sich in einer Küvette zwischen Lichtquelle und Spektrometer.

Die spektrale Zerlegung des Lichts geschieht in modernen Geräten durch ein Beugungsgitter. Die Beugung kann mit Hilfe des HUYGENS-FRESNELschen Prinzips beschrieben werden, wonach jeder Punkt einer Wellenfront als Ausgangspunkt einer Elementarwelle (Kugelwelle) aufgefasst wird. Die sichtbare Wellenerscheinung entsteht dann durch Überlagerung (Interferenz) dieser Elementarwellen. Trifft eine ebene Lichtwelle auf Transmissionsgitter (Abb.1), so kann sich danach die ebene Wellenfront nicht mehr vollständig formieren, weil diejenigen Elementarwellen fehlen, die auf die lichtundurchlässigen Bereiche getroffen sind. Es entstehen Beugungserscheinungen.

Wir betrachten entsprechend Abb.1 das um einen bestimmten Winkel φ gebeugte Licht. Der Abstand zwischen zwei Öffnungen im Gitter - die Gitterkonstante - sei b. Dann ist der Gangunterschied zwischen den Elementarwellen zweier benachbarter Spalte

$$\delta = b \cdot \sin\varphi \ . \qquad (10)$$

In der Überlagerung der Elementarwellen treten bei Beobachtung aus großer Entfernung Intensitätsmaxima (konstruktive Interferenz) in den Richtungen φ auf, für die der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches einer Wellenlänge ist: $\delta = k \cdot \lambda$ ($k = 0, 1, 2, ...$).

Intensitätsminima (destruktive Interferenz) entstehen in den Richtungen, in denen der Gangunterschied $\delta = (2k + 1) \cdot \lambda/2$ beträgt. Die Zahl k heißt Beugungsordnung. Das ungebeugt durch das Gitter gehende Licht bezeichnet man auch als nullte Beugungsordnung ($k = 0$). Für die Beugungsmaxima folgt somit aus (10):

$$\sin\varphi = \frac{k \cdot \lambda}{b} \ . \qquad (11)$$

Die Lage der Beugungsmaxima (der Winkel φ bzw. der Ort auf einem Beobachtungsschirm) hängt von der Wellenlänge λ ab. Rotes Licht wird stärker gebeugt als blaues, so dass weißes Licht in seine Spektralfarben zerlegt werden kann. Bei bekannter Ordnung k kann mit (11) die Wellenlänge λ des Lichtes durch Messung der Beugungswinkel φ bestimmt werden. In vielen praktischen Fällen, so auch bei dem verwendeten Spektrometer, ist $k = 1$.

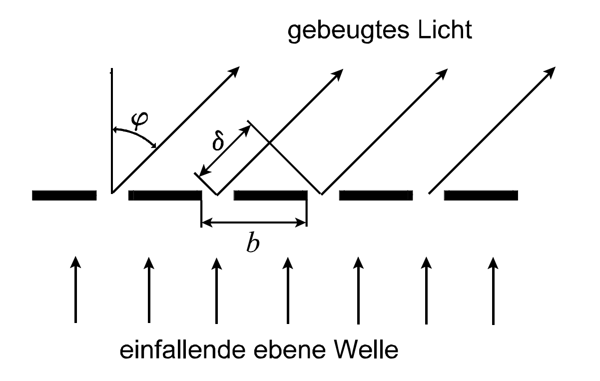


***Abb. 1:** Berechnung des Gangunterschiedes gebeugter Lichtstrahlen an einem Gitter*

2.3 Die photometrische Bestimmung des Chlorophyllgehaltes in Biomasse ist eine Standardmethode in der Biologie. Dafür ist unter anderem die vollständige und schonende Extraktion des Chlorophylls erforderlich, was im Rahmen des Physikpraktikums nicht möglich ist. Hier liegt der Schwerpunkt auf der spektroskopischen Methode. Es soll die Konzentration in einem selbst hergestellten Chlorophyll-Rohextrakt gemessen werden. Dieser enthält hauptsächlich Chlorophyll a (Chl.a) und Chlorophyll b (Chl.b), deren Extinktionsspektren bekannt sind (Abb.2).

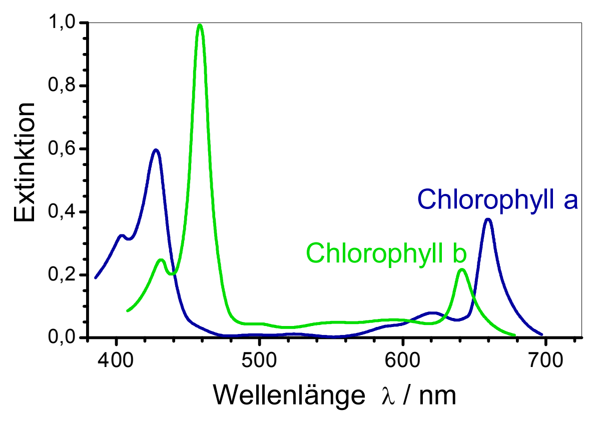


***Abb. 2:** Extinktion von Chlorophyll a und Chlorophyll b*

In Ethanol liegt das Extinktionsmaximum von Chl.a bei 665 nm und das von Chl.b bei 649 nm. Die Extinktion der Rohextraktlösung ist entsprechend Gl. (9) die Summe aus den Anteilen beider Chlorophylle. Misst man die Extinktion in den beiden Maxima, so kann mit Hilfe der Gleichungen

$$\begin{aligned} E_{649} &= \varepsilon_{a,649} \cdot c_a \cdot d + \varepsilon_{b,649} \cdot c_b \cdot d \\ E_{665} &= \varepsilon_{a,665} \cdot c_a \cdot d + \varepsilon_{b,665} \cdot c_b \cdot d \end{aligned} \qquad (12)$$

und den vier Extinktionskoeffizienten für Chl.a und Chl.b bei 649 nm und 665 nm die Konzentration von Chl.a und Chl.b berechnet werden.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- Spektrometer Red Tide USB650 mit angebauter Lichtquelle und Küvettenhalter
- schwarzes Lichtblock-Prisma
- Acrylglas-Prisma zur Beleuchtung durch externe Lichtquellen von oben
- 2 Küvetten (d = 10 mm)
- Computer mit Software SpectraSuite
- Reibeschale, Pistill, Quarzsand
- Ethanol 99% mit 1% MEK vergällt
- kleines Becherglas
- 4 Probenröhrchen 4 ml
- Filterpapier
- Pasteurpipetten
- Mikroliterpipette 750 µl

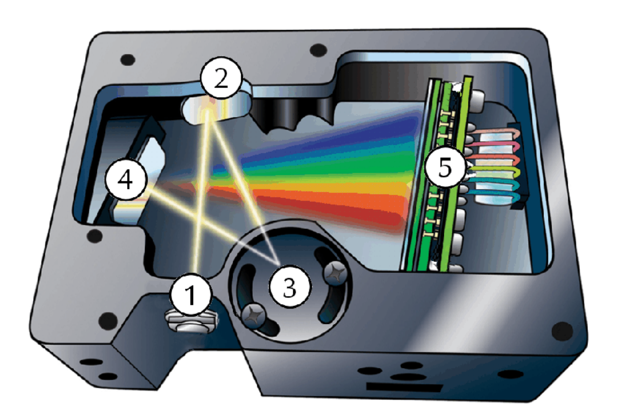


***Abb. 3:** Aufbau des Spektrometers. **1** Eintrittsspalt und Filter, **2** Kollimatorspiegel, **3** Gitter, **4** Abbildungsspiegel, **5** CCD-Sensor*

3.1 Abb.3 zeigt den optischen Aufbau des Spektrometers. Die nicht mit abgebildete Lichtquelle-Küvettenhalter-Einheit ist mit dem Spektrometer fest verbunden. Das Licht wird durch eine Glühlampe und eine blaue LED erzeugt und gelangt nach Durchstrahlung der Küvette in den Eintrittsspalt **1** des Spektrometers. Dieser befindet sich in der Brennebene des Kollimatorspiegels **2**, der ein paralleles Lichtbündel auf das Reflexions gitter **3** schickt. Ein weiterer Hohlspiegel **4** bildet die Beugungsbilder des Eintrittsspaltes auf den CCD-Sensor **5** ab.

3.2 Bedienung der Software SpectraSuite:
Nach Programmstart ist die laufende Messung (Scan) sofort aktiv. Die obere Toolbar enthält folgende wichtige Steuerelemente:
„Integrationszeit" regelt die Empfindlichkeit des CCD-Sensors. Sie wird so eingestellt, dass bei Beleuchtung die Maxima im Spektrum gerade noch nicht abgeschnitten werden. Bei kleiner Integrationszeit ist die Messung sehr schnell (bis 100 Scans pro Sekunde), zur Verringerung des Rauschens sollte daher der Mittelwert aus 10...20 Scans angezeigt werden. Zusätzlich kann das Spektrum über mehrere Messpunkte geglättet werden (das Glättungsintervall wird als „Boxcar" bezeichnet). Wenn scharfe Spektrallinien beobachtet werden sollen, ist die Glättung auszuschalten (Boxcarbreite = 0). „Lamp Enable" schaltet die Lichtquelle ein.

Das gemessene Spektrum ist zunächst nicht normiert. Die angezeigte Größe $S(\lambda)$ wird außer von der Intensität des Lichtes auch noch von den wellenlängenabhängigen Eigenschaften aller Gerätekomponenten (Lampenspektrum, Reflexionsvermögen des Gitters und der Spiegel, Filter-Absorption, Reflexion und Absorption durch die Küvette, Sensorkennlinie) bestimmt. Der CCD-Sensor misst auch ohne Licht ein von Null verschiedenes Signal (Dunkelspektrum).
Die Toolbar im Spektrumgraph enthält neben mehreren Buttons zum Zoomen und Verschieben die Buttons zum Speichern des Dunkelspektrums $D(\lambda)$ und des Referenzspektrums $R(\lambda)$. Die Buttons S -💡 A T zeigen folgende Spektren an:

- unkorrigierter Scan $S(\lambda)$
- Dunkelspektrum subtrahiert: $S(\lambda) - D(\lambda)$
- Extinktion (Absorbance) $E = \lg(1/T)$
- Transmission $T = \dfrac{S(\lambda) - D(\lambda)}{R(\lambda) - D(\lambda)}$ (13)

Links-Klick in das Diagramm zeigt einen Cursor zum genauen Ablesen der Wellenlänge an. Der Button verwandelt das aktuelle Spektrum in ein „Overlay" (statische Kurve) und startet eine neue Messkurve. Auf diese Weise erhält man mehrere Spektren in einem Graph. speichert nur die aktuelle Messkurve, druckt alle Kurven aus. Will man die Daten exportieren oder mit nach Hause nehmen, so bedient man sich der beiden Copy-Buttons . Der erste kopiert die Daten aller Kurven zum Einfügen in Origin, Excel oder eine Textdatei, der zweite kopiert die Grafik in die Zwischenablage. Von dort kann man sie z.B. im Programm IrfanView einfügen und speichern oder drucken.

4 Versuchsdurchführung

Starten Sie das Programm SpectraSuite und machen Sie sich mit der Bedienung vertraut, indem Sie einfach alles ausprobieren.

4.1 Untersuchung von Lichtquellen:

Der unkorrigierte Scan (S) ist anzuzeigen, die interne Lichtquelle muss ausgeschaltet sein, ebenso die Kurvenglättung (Boxcarbreite 0). Stecken Sie das Acrylglas-Prisma so in den Küvettenhalter, dass das von oben kommende Licht durch Totalreflexion an der schrägen Fläche in den Eintrittsspalt des Spektrometers gelangt. Wenn das Spektrometer unter einer Leuchtstofflampe steht, muss jetzt das Lampenspektrum zu sehen sein. Stellen Sie Integrationszeit und Mittelwertbildung geeignet ein.
Das Spektrum enthält jetzt noch einen sensorabhängigen Untergrund, der auch etwas von der Integrationszeit abhängt. Daher sollte die folgende Untergrundkorrektur immer nach einer größeren Veränderung der Integrationszeit durchgeführt werden:
Ersetzen Sie das Acrylglas-Prisma durch das schwarze Prisma, speichern Sie ein Dunkelspektrum, stellen Sie die Anzeige auf Scan minus Dunkelspektrum und tauschen Sie das schwarze wieder gegen das Acrylglas-Prisma.

Das Leuchtstofflampen-Spektrum ist zu dokumentieren (ausdrucken, speichern, exportieren in Origin, Excel oder IrfanView nach eigenem Ermessen). Die Auswertung (Bestimmung der Wellenlängen der Spektrallinien, siehe 5.1) kann sofort durchgeführt werden.

4.2 Messung der Chlorophyllkonzentration

Hinweise zum Umgang mit den Küvetten:

- Die Oberflächen im optischen Strahlengang müssen klar sein; zerkratzte Küvetten bitte entsorgen, in der Ausgabe gibt es neue
- Küvetten nur oben und seitlich anfassen, nicht an den optischen Flächen
- nasse Außenflächen vorsichtig trocknen
- Küvetten nur bis zur Hälfte füllen (1 ml)
- Küvette so in die Halterung stecken, dass der Pfeil zur Lichtquelle zeigt

Zur Herstellung des Chlorophyll-Rohextraktes werden etwa 0,2 g Blattmasse in der Reibeschale mit etwas Quarzsand und einigen

ml Ethanol zerrieben. Dabei werden die Zellen aufgebrochen und das Clorophyll geht in Lösung. Fügen Sie anschließend weiteres Ethanol hinzu, insgesamt etwa 10 ml. Falten Sie ein Rundfilter zu einer Tüte und filtrieren Sie den Extrakt damit in das Becherglas.
Schalten Sie die Lichtquelle des Spektrometers ein. Sie soll bis zum Versuchsende nicht ausgeschaltet werden, da ihre Lichtintensität erst nach einigen Minuten Einschaltdauer stabil ist. Stellen Sie die Integrationszeit so ein, dass der Scan (S) bei leerem Küvettenhalter den Anzeigebereich voll ausschöpft, die Maxima aber nicht abgeschnitten werden. Weitere Einstellungen: Mittelwert über 20 Scans, Boxcarbreite 3, Zoom x-Achse 400...800 nm.
Speichern Sie ein Dunkelspektrum (mit dem Lichtblock-Prisma).
Bringen Sie eine mit reinem Lösungsmittel (Ethanol) gefüllte Küvette in den Probenraum und speichern Sie ein Referenzspektrum.
Ab jetzt können die Messgrößen Transmission (T) und Extinktion (A) verwendet werden. Die nach (13) berechnete Transmission beträgt im gesamten Spektrum genau 100 %, die Extinktion ist überall Null.
Füllen Sie 1 ml der Lösung in eine Küvette und prüfen Sie die Transmission im Minimum bei 665 nm. Falls T<1 % ist, verdünnen Sie die Lösung im Becherglas schrittweise mit jeweils 1 ml Ethanol und überprüfen T erneut. (Wenn die Transmission zu gering ist, wird die Messung sehr ungenau.)
Zeichnen Sie ein **Extinktions**spektrum auf und wiederholen Sie diese Messung mit den drei Verdünnungen 75 %, 50 % und 25 %. Alle vier Spektren sollen im selben Diagramm angezeigt werden (aktuelle Messung in Overlay umwandeln und neue Messung durchführen).
Die Verdünnungen der Ausgangslösung mit Ethanol (3:1, 2:2 und 1:3) werden mit Hilfe der auf 750 µl eingestellte Pipette hergestellt und in den Probenröhrchen aufbewahrt. Die Küvette ist nach jedem Schritt mit wenig Ethanol zu spülen und zu trocknen.

Nachdem der Betreuer die Messergebnisse akzeptiert hat, können die Clorophyllösungen im Ausguss entsorgt werden. Alle benutzten Gefäße sind mit wenig Ethanol zu spülen und abzutupfen!

5 Auswertung

5.1 Bestimmen Sie die Wellenlängen der wenigen scharfen Spektrallinien Spektrum der Leuchtstofflampe. Das geht am einfachsten mit dem Messcursor im Programm SpectraSuite. Identifizieren Sie die Hg-Linien durch Vergleich mit den Werten in der ausliegenden Tabelle.
Diskutieren Sie das Spektrum: Wie ist seine Form zu erklären? Warum werden Farben im Licht von Leuchtstofflampen nicht so gut widergegeben wie im Sonnenlicht?

5.2 Stellen Sie die Wellenlängen der vier deutlich erkennbaren Maxima in den Spektren fest und ordnen Sie diese den beiden Farbstoffen Chl.a und Chl.b zu.
Die Extinktion in allen vier Maxima ist in Abhängigkeit von der Konzentration grafisch darzustellen und an Hand von Gleichung (6) zu diskutieren.

Löst man das Gleichungssystem (12) nach den Konzentrationen c_a und c_b auf, so erhält man

$$\begin{aligned} c_a &= \left(13{,}53 \cdot E_{665} - 5{,}20 \cdot E_{649}\right) \mathrm{mg/l} \\ c_b &= \left(22{,}43 \cdot E_{649} - 7{,}07 \cdot E_{665}\right) \mathrm{mg/l} \end{aligned} \qquad (14)$$

(Zahlenangaben nach R. J. Ritchie 2006).
Bestimmen Sie für alle Verdünnungen aus den Spektren die Extinktion bei den Wellenlängen 649 nm und 665 nm. Berechnen Sie mit Gl. (14) die Konzentrationen von Chlorophyll a und Chlorophyll b sowie das Verhältnis beider Konzentrationen.

6 Literatur

Bergmann, L., Schaefer, C., Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 3, de Gruyter, 1987

W. Schenk, F. Kremer: Physikalisches Praktikum. Teubner+Vieweg Verlag 2011

R. J. Ritchie, Photosynth. Res. (2006) **89** pp 27-41

7 Kontrollfragen

7.1 Wie ist die spektrale Zerlegung des Lichts an einem Gitter zu erklären?

7.2 Wie kann man mit einem Photometer die Konzentration eines gelösten Stoffes in einer Lösung unabhängig von weiteren gelösten Stoffen bestimmen?

7.3 Wie groß ist die Transmission bei einer Extinktion von $E = 0$, $E = 1$ und $E = 2$?

Röntgenverfahren O 22

1 Aufgabenstellung

1.1 Messung von Röntgenemissionsspektren einer Molybdän-Anode mit Hilfe eines LiF-Kristalls und Bestimmung der maximalen Quantenenergie der Röntgenstrahlung in Abhängigkeit von der Anodenspannung.

1.2 Bestimmung der Ionendosisleistung der Röntgenröhre.

1.3 Messung der K-Absorptionskanten in den Transmissionsspektren von Zr, Nb, Mo, und Ag und Bestimmung der Rydberg-Konstante.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Als Röntgenstrahlen werden Photonen einer Wellenlänge zwischen 0,01 nm und 10 nm bezeichnet. Sie entstehen beim Beschuss einer Anode mit Elektronen, deren Energie 10 keV überschreitet. Beim Aufprall entstehen neben ca. 98% Wärme zwei Arten von Röntgenstrahlung:
Bremsstrahlung: Die auftreffenden Elektronen werden im Kernfeld des Anodenmaterials abgebremst. Die Differenz zwischen den kinetischen Energien des Elektrons vor und nach der Wechselwirkung wird in Röntgenstrahlung der Frequenz f umgesetzt (Gl. 2).
Mit E der kinetischen Energie der Elektronen beim Aufprall auf die Anode nach der Beschleunigung im elektrischen Feld ergibt sich folgende Energiebilanz:

$$E = e \cdot U = \frac{m_e}{2} v_1^2 = E_{Ph} + \frac{m_e}{2} v_2^2 \quad (1)$$

mit:
$e =$ 1,602 $\cdot 10^{-19}$ C: Elementarladung
U: Anodenspannung
m_e: Elektronenmasse
v_1: Geschwindigkeit des Elektrons vor dem Aufprall
v_2: Geschwindigkeit des Elektrons nach dem Aufprall
E_{ph}: Photonenenergie (Energie eines Röntgenstrahlungsquants).

Die Energie eines Strahlungsquants ist

$$E_{Ph} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} . \quad (2)$$

$h =$ 6,625 $\cdot 10^{-34}$ Ws^2: PLANCKsche Konstante
$c =$ 2,998 $\cdot 10^{8}$ ms^{-1}: Vakuumlichtgeschwindigkeit
f: Frequenz
λ: Wellenlänge

Die Energie wird in diesem Zusammenhang meist in eV (Elektronenvolt) angegeben. 1 eV ist die kinetische Energie, die eine Elementarladung e bei der Beschleunigung durch eine Spannung von 1 V erhält. Die Energie in Joule erhält man folglich, indem man den

Wert in eV mit e multipliziert.

Die Bremsstrahlung hat ein kontinuierliches Spektrum mit kurzwelliger Kante (siehe Abb.1). Letztere kommt dadurch zustande, dass die Elektronen beim Aufprall höchstens ihre gesamte kinetische Energie in Röntgenstrahlung umsetzen können (vollständige Abbremsung, $v_2 = 0$). Die Röntgenstrahlung hat dann eine maximale Energie, die Wellenlänge wird minimal:

$$E_{Ph,max} = e \cdot U = h \cdot f_{max} = h \frac{c}{\lambda_{min}} . \quad (3)$$

Charakteristische Strahlung: Beim Aufprall können Anodenatome ionisiert werden. Wenn dadurch eine Leerstelle auf der dem Kern am nächsten liegenden K-Schale entsteht, so wird diese durch Elektronen der L- bzw. M-Schale sofort wieder besetzt und die Energiedifferenz in Form von Röntgenstrahlung abgegeben. Die Photonen (Energiequanten), die während dieser Elektronensprünge frei werden, bezeichnet man als K_α- bzw. K_β-Photonen. Ihre Wellenlängen berechnen sich aus:

$$\lambda_{K\alpha} = \frac{hc}{E_L - E_K} \qquad \lambda_{K\beta} = \frac{hc}{E_M - E_K} \quad (4)$$

$E_L - E_K$: Differenz der Elektronenenergien der L- und K-Schale,

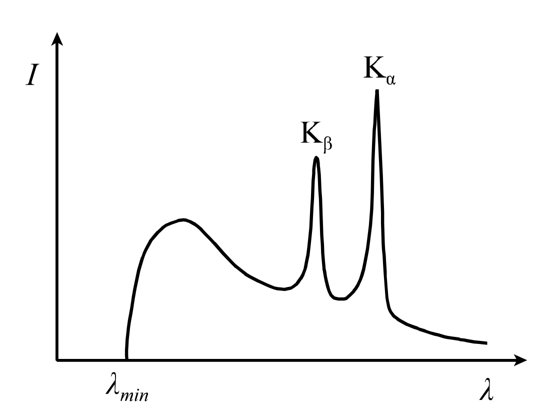


***Abb. 1:** Typisches Röntgenspektrum bestehend aus Bremsstrahlung und charakteristischen Linien des Anodenmaterials*

$E_M - E_K$: Differenz der Elektronenenergien der M- und K-Schale.

Da diese Energiedifferenz charakteristisch für jedes Material ist, wird die Strahlung „charakteristische Strahlung" genannt. Sie hat ein Linienspektrum, welches die Bremsstrahlung überlagert (siehe Abb.1).

Röntgenbeugung:
Die Wellenlänge von Röntgenstrahlen kann mit Hilfe der Beugung an einem Kristallgitter bei bekanntem Netzebenenabstand bestimmt werden (Röntgen-Spektralanalyse). Umgekehrt werden mit Röntgenstrahlung bekannter Wellenlänge Atomabstände in Kristallgittern gemessen. (BRAGG-Verfahren).
Gemäß dem Huygensschen Prinzip kann jedes Atom des von der Röntgenstrahlung getroffenen Kristalls als Ausgangspunkt einer Elementarwelle betrachtet werden. Die Kristallatome lassen sich in einer Vielzahl von hintereinander liegenden, zur Oberfläche (Spaltfläche) des Kristalls parallelen Ebenen, zusammenfassen. Man nennt diese Ebenen Netzebenen. Im einfachsten Fall lässt sich die Beugung (Diffraktion) von Röntgenstrahlen auf die Reflexion an Netzebenen eines Kristallgitters zurückführen. Jede Netzebene wirkt auf die einfallende Röntgenstrahlung wie ein partieller Spiegel, d. h. ein (sehr kleiner) Teil des auf die Ebene treffenden Röntgenstrahlenbündels wird reflektiert.
Abb.2 zeigt die grundlegenden Vorgänge bei diesem als BRAGG-Reflexion bezeichneten Vorgang: Die an den Netzebenen A und B reflektierten Strahlen 1 und 2 interferieren miteinander. Konstruktive Interferenz (ein sog. „Reflex") tritt nur auf, wenn der Gang-

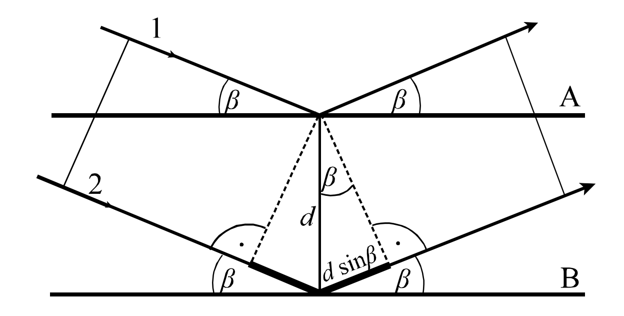


***Abb. 2:** BRAGG-Reflexion*

unterschied der beiden Wellen gleich einem ganzen Vielfachen der Wellenlänge ist:

$$2\,d \cdot \sin\beta = k \cdot \lambda \qquad (5)$$

mit $k = 1, 2, \ldots$

Dabei ist k die Beugungsordnung und d der Netzebenenabstand (d = 0,201 nm für den LiF-Kristall). Für die erste Beugungsordnung (k = 1) ergibt sich mit Gl. (2):

$$E_{Ph} = \frac{hc}{2d}\frac{1}{\sin\beta}\,. \qquad (6)$$

Durch Drehen des Kristalls wird der Einfallswinkel der Röntgenstrahlung und damit auch der Phasenunterschied der interferierenden Strahlen verändert, so dass die Bedingung der konstruktiven Interferenz (5) für jeweils andere Wellenlängen des Primärstrahls erfüllt wird (vergl. Abb.2). Gleichzeitig mit der Rotation des Kristalls muss der Strahlungsempfänger (Zählrohr) unter dem doppelten Bragg-Winkel β mitgeführt werden, so dass immer die Reflexionsbedingung Zählrohrwinkel = 2×Kristallwinkel erfüllt ist. Damit kann das Spektrum einer Röntgenquelle bestimmt werden.

2.2 Als Dosimetrie bezeichnet man die Messung der Wirkung, die ionisierende Strahlung (Röntgen und radioaktive Strahlung) beim Durchgang durch Materie hervorruft. Diese Wirkung kann entweder über die Menge der in der Materie erzeugten Ionen oder über die von der Materie absorbierte Energie gemessen werden.

Die Ionendosis J ist definiert als Quotient aus der in einem Volumenelement erzeugten Ladung der Ionen eines Vorzeichens ΔQ und der Masse des durchstrahlten Volumenelementes Δm:

$$J = \frac{\Delta Q}{\Delta m}\,. \qquad (7)$$

Die Einheit der Ionendosis ist As/kg oder C/kg (die alte Einheit 1 Röntgen = $2{,}58 \cdot 10^{-4}$ C/kg darf nicht mehr verwendet werden).

Die Energiedosis D ist der Quotient aus der im Volumenelement absorbierten Energie und der Masse des durchstrahlten Volumenelementes Δm:

$$D = \frac{\Delta E}{\Delta m}\,, \qquad (8)$$

ihre Einheit ist das Gray (1 Gy = 1 J/kg).

Die biologische Wirkung ionisierender Strahlung wird durch die Äquivalentdosis

$$H = w \cdot D \qquad (9)$$

angegeben (biologisch bewertete Energiedosis). Die Einheit ist das Sievert (1 Sv = 1 J/kg). w heißt Strahlungswichtungsfaktor; w = 1 für Röntgen-, Gamma- und Betastrahlung und w = 20 für Alphastrahlung.

Die wirksame Intensität der Röntgenstrahlung ist die Dosis pro Zeit, die als Ionendosisleistung j (Einheit A/kg), Energiedosisleistung d (Einheit Gy/s) bzw. Äquivalentdosisleistung h (Einheit Sv/s) bezeichnet wird.

Die Ionendosisleistung wird in einem mit Luft gefüllten Kondensator (“Ionisationskammer”) entsprechend Abb.3 gemessen. An den Kondensator wird eine Spannung angelegt, die so groß ist (etwa 100...300 V), dass alle erzeugten Ionen zu den Kondensatorplatten gelangen. Dann ergibt sich die Ionendosisleistung

$$j = \frac{\Delta Q}{\Delta m\,\Delta t} = \frac{I_C}{m} \qquad (10)$$

aus der Stromstärke I_C und der durchstrahlten Luftmasse m. Mit Hilfe der bekannten mittleren Ionisationsenergie der Luftmoleküle kann die Ionendosis in die Äquivalentdosis umgerechnet werden; es gilt (für Luft):

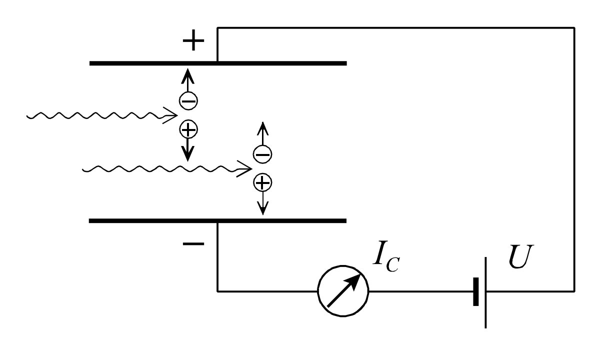


Abb. 3: *Messung der Ionendosisleistung mit einer Ionisationskammer*

$$H = J \cdot 32{,}5 \frac{\mathrm{Sv}}{\mathrm{As\ kg^{-1}}} \quad \text{oder}$$
$$h = j \cdot 32{,}5 \frac{\mathrm{Sv}}{\mathrm{As\ kg^{-1}}}. \qquad (11)$$

2.3 MOSELEYsches Gesetz

Die Absorption von Röntgen-Quanten beim Durchgang durch Materie beruht hauptsächlich auf der Ionisation von Atomen, die ein Elektron aus einer inneren Elektronenschale, z.B. der K-Schale, abgeben. Dies setzt voraus, dass die Quantenenergie (2) größer als die Bindungsenergie E_K der Schale ist. Die Transmission

$$T = \frac{I}{I_0} \qquad (12)$$

(I_0: Intensität vor, I: Intensität hinter dem Abschwächer) des Materials nimmt daher in Abhängigkeit von der Wellenlänge bei

$$\lambda_K = \frac{h \cdot c}{E_K} \qquad (13)$$

sprunghaft zu. Die sprunghafte Änderung wird als Absorptionskante (hier: K-Absorptionskante) bezeichnet. Der englische Physiker Henry MOSELEY leitete 1913 aus der Messung von K-Absorptionskanten für verschiedene Elemente das nach ihm benannte Gesetz ab:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_K}} = \sqrt{R} \cdot \left(Z - \sigma_K\right). \qquad (14)$$

Dabei bedeuten

R: die Rydberg-Konstante

Z: Ordnungszahl des Absorbers

σ_K: Abschirmkoeffizient der K-Schale

Aus (13) und (14) ergibt sich für die Bindungsenergie der K-Schale

$$E_K = h \cdot c \cdot R \cdot \left(Z - \sigma_K\right)^2, \qquad (15)$$

was mit den Vorhersagen des BOHRschen Atommodells übereinstimmt, wenn man die partielle Abschirmung der Kernladung berücksichtigt.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte

- Röntgengerät mit Goniometer incl. LiF-Kristall (d = 0,201 nm), Zählrohr und Impulsratenmesser
- PC mit Programm “Röntgengerät”
- Plattenkondensator mit Röntgenblende für Ionendosismessung
- Spannungsquelle 0...450 V, $R_i = 5\ \mathrm{M\Omega}$
- Strom-Messverstärker
- Vielfachmesser
- Verbindungsleitungen
- Halter mit Absorberfolien aus Zr, Nb, Mo und Ag

3.1 Das Röntgengerät (siehe Abb.4) besitzt ein strahlenabschirmendes Gehäuse, das aus drei getrennten Kammern besteht. Die größte (rechte) Kammer ist der Experimentierraum, der das Goniometer (für Röntgenbeugungsuntersuchungen) oder den Plattenkondensator oder die zu durchleuchtenden Präparate enthält. In der mittleren Kammer befindet sich die Röntgenröhre. Die linke Kammer enthält die mikroprozessorgesteuerte Elektronik mit den Bedien- und Anzeigelementen.
Die Schiebetüren und Sichtfenster des Gerätes bestehen aus Bleiglas (**Vorsicht, kratzempfindlich!**).

Erklärung zur Strahlensicherheit:

Das Röntgengerät ist so aufgebaut, dass Röntgenstrahlung nur bei geschlossenen Türen von Röhren- und Experimentierraum erzeugt wird. Dabei werden die Grenzwerte der gemäß der Röntgenverordnung außerhalb des Gehäuses zulässigen Strahlung mit mehrfacher Sicherheit unterschritten.
Das Röntgengerät ist gemäß der "Verordnung über den Schutz vor Schäden durch Röntgenstrahlen" (Röntgenverordnung-RöV) vom 8.1.1987 bauartlich zugelassen (Zulassungskennzeichen NW 807/97 Rö).

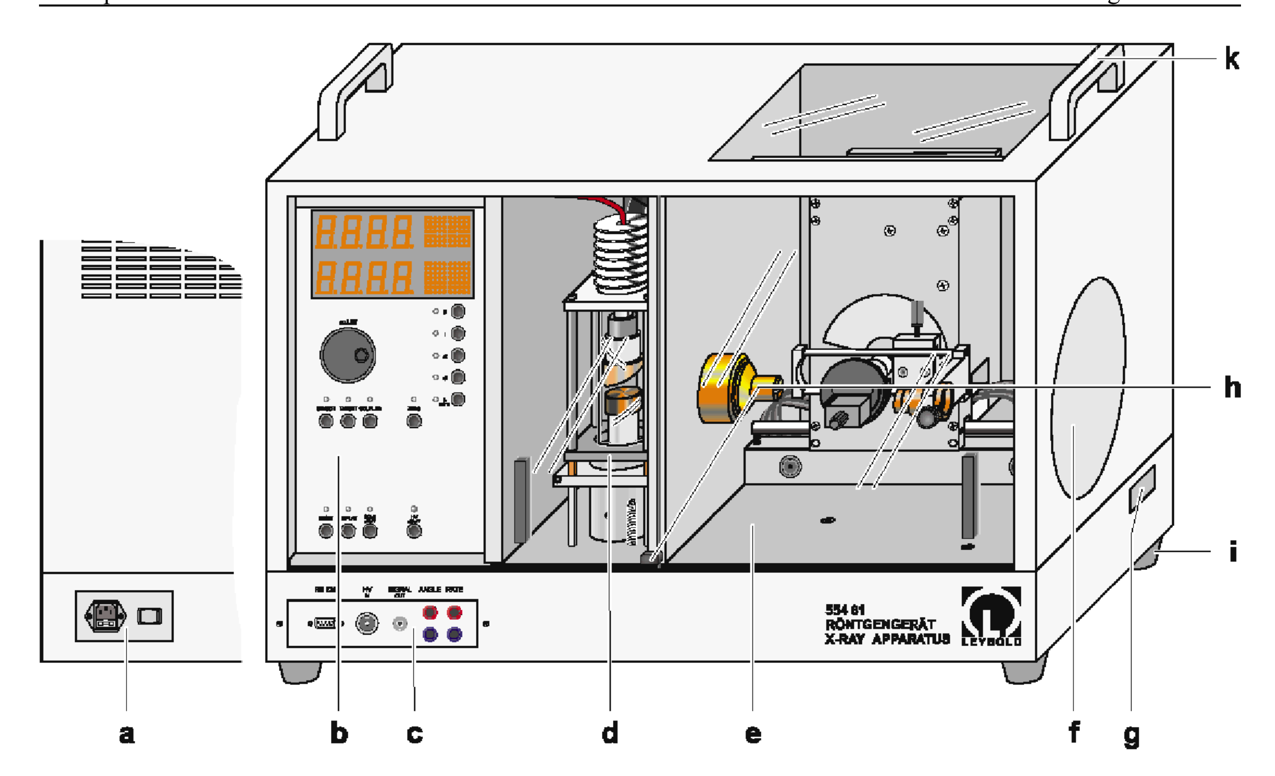


Abb. 4: Röntgengerät mit Goniometer.

a Netzanschlussfeld (Seite), **b** Bedienfeld, **c** Anschlussfeld, **d** Röhrenraum mit Mo-Röhre, **e** Experimentierraum mit Goniometer, **f** Leuchtschirm, **g** Leerkanal, **h** Verriegelungstaster

3.2 Die Hochspannungsquelle besitzt einen sehr großen Innenwiderstand (R_i = 5 MΩ) und ist deshalb berührungsungefährlich. Zur Strommessung dient der Messverstärker mit einem Vielfachmesser als Anzeigegerät.

3.3 Die Absorberfolien können auf das in den Experimentierraum ragende Kollimatorrohr gesteckt werden.

4 Versuchsdurchführung

Die in die Kristallhalter fest eingebauten Kristalle sind sehr empfindlich. Bitte berühren Sie diese nicht!

4.1 Zur Aufnahme der Röntgenspektren in BRAGG-Anordnung sind folgende Betriebsparameter einzustellen:

Anodenstrom: I = 1,0 mA
Hochspannung: U = 20…35 kV
Messzeit: Δt = 5 s
Schrittweite: $\Delta\beta$ = 0,1°
Anfangswinkel: β_{min} = 4,0°
Endwinkel: β_{max} = 12,0°

Starten Sie das Computerprogramm „Röntgengerät“.
Die Spektren werden im automatischen Scan-Modus mit 2:1-Kopplung von Zählrohr- und Kristallbewegung (“COUPLED”) aufgenommen und auf dem Computerbildschirm dargestellt.
Man beginnt am besten mit der maximalen Beschleunigungsspannung von 35 kV. Durch Drücken des Knopfes “SCAN” wird die Aufzeichnung eines Spektrums gestartet. Weitere Spektren sind jeweils bei einer Hochspannung von 30 kV, 25 kV und 20 kV aufzunehmen. Alle Spektren werden in die selbe Grafik geschrieben.

4.2 Für die Messung der Ionendosisleistung wird das Röntgengerät mit eingebautem Plattenkondensator benutzt. Vervollständigen Sie die Schaltung gemäß Abb.3! Es wird der Messbereich 10^{-9}A verwendet (1 V am Verstärkerausgang entspricht I = 1 nA) und eine Spannung $U \geq 200$ V.

Messen Sie den Ionenstrom I_C bei der maximalen Beschleunigungsspannung von 35 kV und den Anodenströmen 1,0 mA; 0,8 mA; 0,6 mA; 0,4 mA und 0,2 mA.
Notieren Sie den Luftdruck p und die Temperatur T im Röntgengerät.

4.3 Messung der K-Absorptionskanten:
Die Messungen werden mit den gleichen Einstellungen wie unter 4.1 durchgeführt; es ist die maximal möglichen Energie (U = 35 kV, I = 1 mA) einzustellen.
Zuerst ist ein Leerspektrum (ohne Absorber) aufzunehmen. Danach werden **in die selbe Darstellung** nacheinander Spektren mit eingebauter Zr, Nb, Mo und Ag-Absorberfolie gemessen. Das Programm Röntgengerät berechnet automatisch die Transmission, indem es entsprechend (12) alle nachfolgenden Spektren durch das erste (das Leerspektrum) dividiert.

5 Auswertung

5.1 Die Wellenlängen und die Quantenenergien der charakteristischen Linien K_β und K_α der Molybdänanode sind nach Gleichung (5) bzw. (6) zu bestimmen, dabei gilt k = 1. Die Quantenenergien sind in keV anzugeben.
Für jede verwendete Anodenspannung U wird die maximale Quantenenergie (in keV) nach (6) aus dem zur jeweiligen kurzwelligen Kante gehörenden Winkel β berechnet. In einer Tabelle sind diese Energien mit der den Elektronen im elektrischen Feld zugeführten Energie $E = e \cdot U$ zu vergleichen.
Im Rahmen der Fehlerbetrachtung ist das Wellenlängen-Auflösungsvermögen des Röntgengerätes abzuschätzen.

5.2 Die Ionendosisleistung j ist nach (10) aus dem Ionenstrom I_C und der Masse m des durchstrahlten Luftvolumens V zu berechnen und in Abhängigkeit vom Anodenstrom grafisch darzustellen.
Die Luftmasse ergibt sich aus

$$m = \rho \cdot V \;, \quad \rho = \rho_0 \cdot \frac{T_0\, p}{T\, p_0} \tag{16}$$

mit $V = 125\ \text{cm}^3$, $\rho_0 = 1{,}293\ \text{kg/m}^3$, $T_0 = 273$ K und $p_0 = 1013$ hPa.
Die maximale Äquivalentdosisleistung h im Röntgengerät (bei I = 1 mA) ist mit Hilfe von Gl. (11) zu berechnen und in der Einheit Sv/h anzugeben.

5.3 Zur Darstellung der Messdaten in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ sind in den „Einstellungen“ (oder F5) die Daten des LiF-Kristalls einzutragen.
Die Wellenlängen λ_K an den steilsten Stellen der K-Kanten sind aus der Grafik zu bestimmen; es kann dazu auch der Menüpunkt „K-Kanten einzeichnen“ im Programm Röntgengerät benutzt werden.
Entsprechend Gl. (14) ist $1\big/\sqrt{\lambda_K}$ in Abhängigkeit von der Ordnungszahl der Absorber darzustellen. Durch lineare Regression sind die Rydberg-Konstante und der Abschirmkoeffizient σ_K zu bestimmen. Für diese Aufgabe kann auch die Darstellung „Moseley“ im Programm Röntgengerät benutzt werden.

6 Literatur

Eichler, Kronfeldt, Sahm: Das Neue Physikalische Praktikum. Springer Verlag, 2001

Ibach/Lüth: Festkörperphysik. Springerverlag, Berlin, 2002

7 Kontrollfragen

7.1 Wie ist das Spektrum einer Röntgenröhre zu erklären, welchen Einfluss haben die Betriebsparameter U und I ?

7.2 Wie wird die biologische Wirkung ionisierender Strahlung gemessen?

7.3 Welche Röntgenverfahren zur Materialuntersuchung kennen Sie?

7.4 Erklären Sie das MOSELEY-Gesetz!

Lichtgeschwindigkeit O 25

1 Aufgabenstellung

Die Lichtgeschwindigkeit ist mit Hilfe einer Drehspiegelmethode bestimmen.

2 Grundlagen

Der französische Mediziner Leon Foucault hat 1862 mit Hilfe der nach ihm benannten Drehspiegelmethode die Größe der Lichtgeschwindigkeit bestimmt. Er erhielt einen Wert von 298 000 km/s. Mit einer abgewandelten Drehspiegelmethode, die einen Lichtweg von 70 km ermöglichte, erhielt Michelson1927 (299 796 ± 4) km/s. Beide Versuchsanordnungen sind z.B. in [1] beschrieben.

3 Versuchsaufbau

Geräte:
- optische Grundplatte
- Grüner Festkörperlaser (0,2 mW /1,0 mW mit/ohne Shutter)
- Blende 0,5 / 0,7 / 1,0 / 1,4 mm für Laser
- Planspiegel, justierbar
- teildurchlässiger Spiegel
- transparenter Schirm mit Skale, Lupe
- große Sammellinse, $f = (4{,}8 \pm 0{,}2)$ m
- Motor (ca. 28.000 min^{-1}) mit Drehspiegel
- regelbare Stromversorgung für den Motor
- digitalerDrehzahlmesser
- 2 Bandmaße 25 m und 3

Der Versuchsaufbau ist in Abb.1 dargestellt und ähnelt dem von Foucault. An Stelle des früher üblichen, von einer Kohlebogenlampe beleuchteten Spaltes, wird ein Laser verwendet, der eine nahezu punktförmige Lichtquelle mit sehr kleinem Strahl-Öffnungswinkel darstellt. Statt des von Foucault eingesetzten Hohlspiegels wird eine Kombination aus Sammellinse und Planspiegel verwendet.
Die Lichtquelle, der Laser L, steht im Abstand a vom Drehspiegel S_1, der sich im Brennpunkt der Linse L_1 befindet. Diese bildet die Lichtquelle in die Ebene des Endspiegels S_2 im Abstand b von L_1 ab. Das reflektierte Bild der Lichtquelle wird umgekehrt durch L_1 und S_1 wieder in die Lichtaustrittsöffnung des Lasers abgebildet. Die Abstände a und b müssen dabei das Abbildungsgesetz

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a+f} \tag{1}$$

erfüllen.

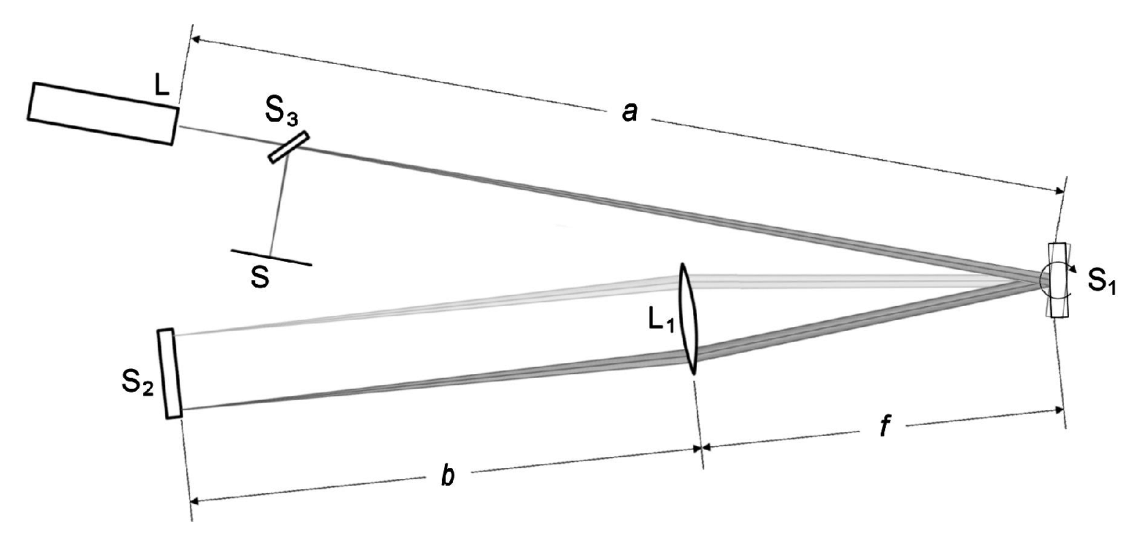


Abb. 1: Versuchsanordnung (Erklärung im Text)

Wenn sich der Drehspiegel S_1 dreht, überquert das Bild des Lasers den Spiegel S_2. Da sich S_1 im Brennpunkt von L_1 befindet, verläuft der Hauptstrahl dabei zwischen L_1 und S_2 parallel und wird unabhängig vom Drehwinkel immer in L zurück reflektiert, solange der Primärstrahl im Öffnungswinkel der Linse L_1 liegt.
Um das zurück reflektierte Bild der Lichtquelle beobachten zu können, befindet sich der teildurchlässige Spiegel S_3 im Strahlengang. Dieser reflektiert das Bild auf den Schirm S. Unter der Voraussetzung, dass die Abstände S_3-L und S_3-S gleich sind, entsteht auf dem Schirm ein scharfes Bild der Lichtquelle.

Bei hohen Drehzahlen ν dreht sich der Spiegel S_2 in der Zeit Δt, die das Licht für den Weg

$$\Delta s = 2(f + b) \tag{2}$$

vom Drehspiegel S_1 bis zu S_2 und zurück benötigt, um einen messbaren Winkel

$$\Delta \alpha = 2\pi\, \nu \cdot \Delta t\,. \tag{3}$$

Dadurch verschiebt sich das Bild der Lichtquelle auf dem Schirm S um die Strecke

$$\Delta x = 2\,\Delta \alpha \cdot a\,. \tag{4}$$

Es gilt also

$$c = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{8\pi\, \nu\, (f + b)\, a}{\Delta x}\,. \tag{5}$$

Mit (1) ergibt sich daraus

$$c = \frac{8\pi\, \nu}{\Delta x}\left(f + 2a\right)f\,. \tag{6}$$

Eine genaue Messung erfordert also möglichst hohe Drehzahlen, eine große Brennweite f und einen großen Abstand a. Bei dem Versuchsaufbau nach Abb.1 ist $a \approx b + f$, so dass Laser und Endspiegel auf einem Tisch aufgebaut werden können. Daraus ergibt sich
$b \approx \sqrt{2}\, f \approx 6{,}8\,\mathrm{m}$ und
$a \approx (1+\sqrt{2}) f \approx 11{,}6\,\mathrm{m}$.

4 Versuchsdurchführung

Sicherheitshinweise:
Der Laser hat die Klasse 2 (Leistung ≤1mW, sichtbares Licht). Blicken Sie nie in den direkten oder reflektierten Strahl!

Der Versuch muss von zwei Personen durchgeführt werden.
Der Drehspiegel ist an der Wand befestigt und kann in Höhe und Neigung verstellt werden. Die Sammellinse wird auf einen Tisch gestellt. Alle übrigen optischen Komponenten werden zusammen auf der Grundplatte aufgebaut.
Der Strahlengang soll möglichst genau in der horizontalen Ebene verlaufen. Prüfen Sie zuerst die Höhe von Laser und Drehspiegel über den Fußboden mit dem Bandmaß.
Schalten Sie vor Beginn der Justage den Drehspiegel einmal ein. Prüfen Sie den Motor auf vibrationsfreien Lauf und testen Sie die Drehzahlmessung.
Stellen Sie sicher, dass während des Versuchsaufbaus der Strahlabschwächer am Laser geschlossen ist.

Aufbau und Justage erfolgen zweckmäßig in folgenden Schritten:
- Laser (ohne Blende) exakt auf die Mitte des Drehspiegels richten.
- Neigung des Drehspiegels so einstellen, dass das Licht wieder genau in die Höhe des Lasers reflektiert wird. (Linse ist noch nicht im Strahlengang). Das reflektierte Licht auf die Mitte des Endspiegels richten
- Linse L_1 in den Strahlengang bringen und so ausrichten, dass der Strahl durch die Mitte der Linse geht und die Mitte des Endspiegels trifft.
- Kontrollieren, ob auf dem Spiegel ein scharfer Fokus entsteht. Falls nicht: Fokus suchen (am besten mit einem schwarzen Schirm), alle Abstände neu vermessen, Justierung wiederholen.
- Endspiegel so justieren, dass der Laserstrahl exakt in den Drehspiegel und über diesen in den Laser zurück reflektiert wird.
- Strahlteiler S_3 und Schirm S in den Strahlengang bringen. Der Strahlteiler soll den

Primärstrahl gegen die Wand reflektieren und den vom Drehspiegel kommenden Strahl gegen den transparenten Schirm, der von der Rückseite betrachtet wird. Auf diese Weise ist ausgeschlossen, dass der Beobachter direkt in den Laserstrahl blicken kann.

- Blende (1 mm oder 0,7 mm) unmittelbar vor den Laser stellen. Endspiegel nachjustieren und eventuell den Ort des Strahlteilers verändern, um einen möglichst kleinen und hellen Fokus auf dem Schirm zu erhalten.
- Verdrehen Sie den Drehspiegel langsam von Hand, prüfen Sie ob dabei der Strahl dabei durch die Mitte von Linse und Endspiegel wandert und ob das Bild auf dem Schirm stabil bleibt.
- Prüfen Sie das Bild auf dem Schirm auch bei geöffnetem Strahlabschwächer am Laser.

Bei rotierendem Drehspiegel ist das Bild recht lichtschwach, eventuell muss der Strahlabschwächer geöffnet werden. Die Frequenz des Drehspiegels wird mit Hilfe des Stelltrafos in Schritten von etwa 5000 min^{-1} erst erhöht und dann schrittweise wieder bis auf Null verringert. Dabei ist die Position x des Bildes auf dem Schirm in Abhängigkeit von der Drehzahl abzulesen.
Alle Abstände des Versuchsaufbaus sollten am Ende noch einmal exakt nachgemessen werden.

Auswertung

Die Position x des Bildes auf dem Schirm ist in Abhängigkeit von der Drehzahl ν grafisch darzustellen, der Anstieg der Geraden $\Delta x/\Delta\nu$ ist zu bestimmen.
Bei der Berechnung der Lichtgeschwindigkeit aus dem Anstieg müssen alle Abweichungen zwischen dem idealen und dem tatsächlichen Versuchsaufbau berücksichtigt werden. Die Rechnung erfolgt nach Gl. (5), da die Voraussetzung für Gl. (6), die Abbildungsgleichung (1), in der Regel nicht exakt erfüllt ist. Auf diese Weise muss auch die Brennweite f nicht so genau bekannt sein, da lediglich der einfacher messbare Abstand $(f+b)$ eingeht.
Beachten Sie auch, dass unter Umständen die Abstände S_3-L und S_3-S in nicht mehr gleich groß sind, wie anfangs gefordert. In (5) muss dann an Stelle des Abstandes a die Länge des Lichtweges S_1-S_3-S eingesetzt werden.
Die Auswirkung der verbleibenden Unsicherheiten auf das Ergebnis sind in der Fehlerrechnung zu ermitteln und zu diskutieren.

6. Literatur

[1] Grimsehl: Lehrbuch der Physik, Bd. 3

[2] http://www.ld-didactic.de/literatur/hb/d/p5/p5611_d.pdf

Diffusion (optisch) O 26

1 Aufgabenstellung

Der Diffusionskoeffizient von NaCl in Wasser ist mit Hilfe der ortsabhängigen Messung des Brechzahlgradienten mit einer Lasermethode zu bestimmen.

Lesen Sie zur Vorbereitung die Literatur [1] und lösen Sie die dort gestellten Aufgaben!

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Diffusion (eindimensionaler Fall): Entsprechend dem 1. FICKschen Gesetz verursacht ein Konzentrationsgradient in x-Richtung $\mathrm{d}c/\mathrm{d}x$ einen Teilchenstrom J in entgegengesetzter Richtung durch eine dazu senkrechte Fläche A:

$$J = -D \cdot A \cdot \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}x}\,. \tag{1}$$

D ist der Diffusionskoeffizient.
In einem Volumenelement $A{\cdot}\mathrm{d}x$ ist die Vergrößerung der Konzentration im Zeitintervall dt mit einer Verringerung des Teilchenstromes längs des Weges dx verbunden:

$$\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{A}\frac{\mathrm{d}J}{\mathrm{d}x}\,. \tag{2}$$

Setzt man (1) ein, so erhält man die Diffusionsgleichung (2. FICKsches Gesetz)

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}\,, \tag{3}$$

welche die raum-zeitliche Entwicklung einer vorgegeben Konzentrationsverteilung $c(x, t)$ beschreibt.

In einem unendlich ausgedehnten Medium $(-\infty < x < \infty)$ sei die Anfangskonzentrationsverteilung $c(x, t{=}0) = K(x)$ bekannt. Dann ist nach [1] die Lösung der partiellen Differentialgleichung (3) das Faltungsintegral

$$c(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} K(u)\; g(x-u,t)\mathrm{d}u$$
$$\text{mit}\quad g(x-u,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}}\,\mathrm{e}^{-\frac{(x-u)^2}{4Dt}} \tag{4}$$

Ist, wie in der Versuchsanordnung, $K(x)$ eine Sprungfunktion

$$K(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ c_0 & x \geq 0 \end{cases} \tag{5}$$

so vereinfacht sich (4) zu

$$c(x,t) = \frac{c_0}{\sqrt{4\pi Dt}}\int_0^{\infty} \mathrm{e}^{-\frac{(x-u)^2}{4Dt}}\mathrm{d}u\,. \tag{6}$$

Hieraus berechnet man (siehe [1]) den Konzentrationsgradient zum Zeitpunkt t zu

$$\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_t = \frac{c_0}{\sqrt{4\pi Dt}}\,\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{4Dt}}\,, \tag{7}$$

d. h. der Konzentrationsgradient zu einem beliebigen Zeitpunkt ist eine Gaußkurve mit dem Flächeninhalt unter der Kurve c_0 und der Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{2Dt}\,. \tag{8}$$

Dies ermöglicht im vorliegenden Experiment auf elegante Weise eine Bestimmung der Diffusionskonstante D.

2.2 Lichtbrechung in inhomogenen Medien:
In einer Salzlösung hängt die Brechzahl n in guter Näherung linear von der Konzentration ab:

$$n = \lambda \cdot c + \mu \quad (\lambda, \mu = const.) \tag{9}$$

Daraus folgt für den Brechzahlgradienten:

$$\left(\frac{\partial n}{\partial x}\right)_t = \lambda \cdot \left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)_t\,. \tag{10}$$

Ein Lichtstrahl in einem optisch inhomogenen Medium mit ortsabhängiger Brechzahl beschreibt nach [2] eine Kurve mit dem Krümmungsradius

$$r = \frac{n}{\mathrm{d}n/\mathrm{d}r}\,. \tag{11}$$

Auf einer Wegstrecke ds wird er dabei wegen d$s = r{\cdot}\mathrm{d}\varphi$ um den Winkel

$$\mathrm{d}\varphi = \frac{1}{n}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}r}\mathrm{d}s \tag{12}$$

abgelenkt. Ist der Lichtstrahl senkrecht zum Konzentrationsgradienten gerichtet (dn/dr = dn/dx), so wird also nach (10) und (12) in Richtung dieses Gradienten abgelenkt.

3. Versuchsaufbau

3.0 Geräte:
- Abbe-Refraktometer
- Halbleiterlaser rot, 1 mW, fokussierbar
- Glasstab Ø 6 mm (Zylinderlinse) mit Halter
- Küvette 100×100×10 mm
- Hubtisch
- NaCl-Lösung 2 mol/l
- kleiner Trichter mit Schlauch Ø ca. 1 mm
- Pipette

- Schirm mit Millimeterpapier
- Bandmaß
- Stoppuhr
- Thermometer
- evtl. Digitalkamera (selbst mitbringen!)

3.1 Die Messanordnung zeigt Abb.1. Sie besteht aus einem Halbleiterlaser, dessen Strahl durch einen Glasstab, der als Zylinderlinse wirkt, und durch die Küvette auf einen Schirm trifft. Die Abstände a und b von der Brennlinie der Zylinderlinse (etwa an der Oberfläche des Glasstabes) bis zur Mitte der Küvette bzw. von der Küvettenmitte bis zum Schirm sind groß verglichen mit der Dicke s der Küvette.
In der Küvette befindet sich Salzlösung, die von Wasser überschichtet ist, so dass in vertikaler (x-) Richtung Diffusion stattfindet. Um den Konzentrationsgradient als Funktion des Ortes x bestimmen zu können, wird der Laserstrahl mit Hilfe der schräg gestellten Zylinderlinse aufgefächert, so dass er in der Küvette und (bei leerer Küvette) auf dem Schirm eine schräge Linie mit einem Anstieg von 45° beschreibt. Für alle Punkte dieser Linie ist dann $y = x$ bzw. $Y = Z$.
Durch den Gradienten der Salzkonzentration wird der Laserstrahl auf dem Weg durch die Küvette entsprechend Gl. (12) nach unten abgelenkt. Beim Verlassen der Küvette wird er außerdem vom Lot weg gebrochen: Bezeichnet man den Ablenkwinkel durch den Konzentrationsgradienten (innerhalb der Küvette) mit φ' und den Brechungswinkel (außerhalb der Küvette) mit φ, so gilt

$$\frac{\sin\varphi'}{\sin\varphi} = \frac{1}{n}\,. \tag{13}$$

Unter den Bedingungen des Experiments (Laserstrahl senkrecht zum Konzentrationsgradienten, φ sehr klein) ergibt sich der gesamte Ablenkwinkel φ aus (12) und (13) zu

$$\varphi = \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x}\cdot s\,. \tag{14}$$

Hierdurch beschreibt der aufgefächerte Laserstrahl auf dem Schirm die in Abb.1 gezeigte Kurve, die durch Überlagerung der schrägen Linie mit einer Gaußkurve entsprechend der Gln. (10) und (7) entsteht.

Auf dem Schirm werden die Koordinaten Y und Z gemessen. Die interessierenden Größen x und $\mathrm{d}c/\mathrm{d}x$ transformieren sich folgendermaßen in diese Messgrößen:

$$\begin{aligned} x \quad &\rightarrow \quad Y = \frac{a+b}{a}\,y = \frac{a+b}{a}\,x \\ \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}x} \quad &\rightarrow \quad Z = Y + b\,s\,\lambda\,\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}x} \end{aligned} \tag{15}$$

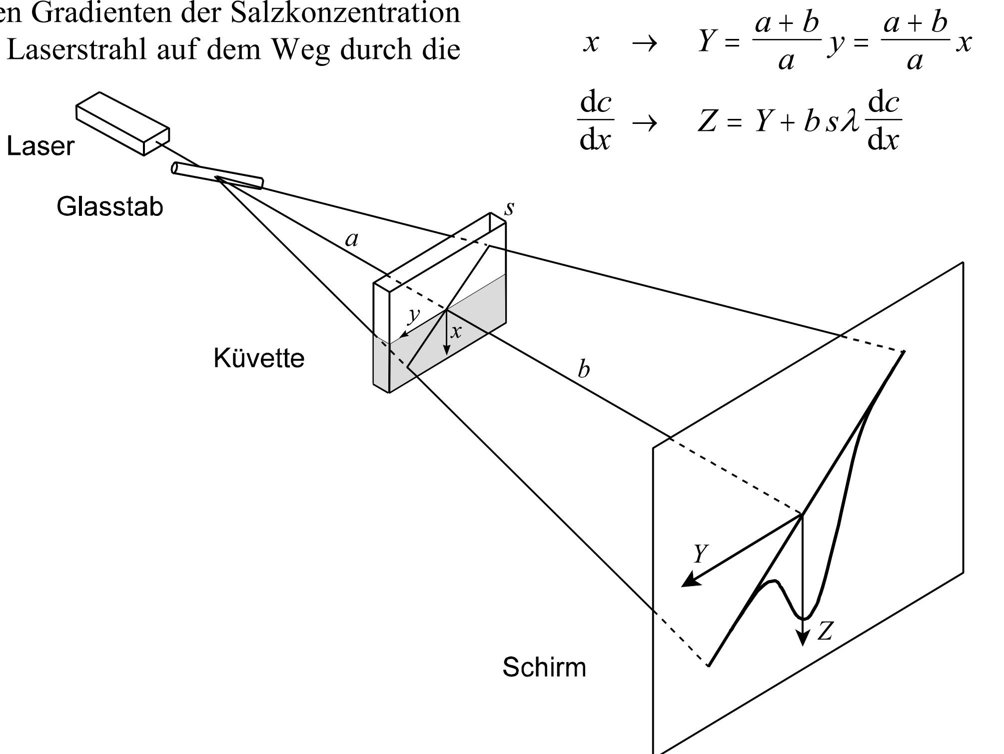


Abb. 1: *Messanordnung*

Die erste Gleichung ergibt sich unmittelbar aus Abb.1 wegen der Neigung von 45°. Die zweite Gleichung folgt aus Abb.1 mit Hilfe von (14) und (10).

4. Versuchsdurchführung

4.1 Bestimmen Sie die Brechzahlen n_{H2O} und n_{NaCl} mit Hilfe des Abbe-Refraktometers. Siehe hierzu Versuch O10.

4.2 Der Versuch ist entsprechend Abb.1 aufzubauen. a soll etwa 20 cm und b etwa 140 cm betragen. Die Küvette wird auf den Hubtisch gestellt und zu etwa 1/3 mit Wasser gefüllt. Als Schirm wird ein Blatt Millimeterpapier an der Wand befestigt.
Der Laser wird in größtmöglicher Entfernung von der Küvette aufgestellt und auf einen Punkt einige cm hinter der Küvette fokussiert, damit der Strahldurchmesser sowohl in der Küvette als auch auf dem Schirm ausreichend klein ist. Er wird zunächst ohne Glasstab so justiert, dass der Strahl den Meniskus der Lösung etwa in der Mitte der Küvette trifft. Das vom Meniskus vertikal gebrochene Licht dient dazu, das Millimeterpapier exakt senkrecht auszurichten. Dann wird der Glasstab in den Strahlengang gebracht und so justiert, dass auf dem Schirm eine möglichst exakt um 45° geneigte Linie entsteht.
Messen Sie nun die Abstände a und b.
Mit Hilfe des kleinen Trichters, dessen Schlauch bis etwa 1 mm über den Boden der Küvette reichen sollte, wird das Wasser langsam und unter Vermeidung von Erschütterungen mit NaCl-Lösung unterschichtet. Dabei dürfen keine Luftblasen eingeschlossen werden, sonst kann die Salzlösung nicht fließen. Am besten füllt man Trichter und Schlauch zuerst vollständig mit Wasser, wartet bis fast alles Wasser abgeflossen ist und träufelt dann mit der Pipette Salzlösung nach.
Mit Beginn der Unterschichtung ist die Stoppuhr zu starten. Die Lösung wird bis etwa 1/3 Küvettenhöhe eingefüllt. Mit Hilfe des Hubtisches wird dann die Grenze zwischen Wasser und Lösung in die Höhe des Laserstrahls gebracht.
Unmittelbar danach kann die erste Kurve aufgezeichnet werden. Dazu wird die Kurve möglichst schnell mit einem Stift auf dem Schirm nachgezeichnet. Die Zeit wird in dem Moment notiert, wenn der tiefste Punkt markiert wird.
Insgesamt sind mindestens fünf Kurven aufzuzeichnen, wobei man möglichst verschiedene Farben verwendet. Die Zeitabstände zwischen den Messungen sollen anfangs 3 Minuten betragen, später 4…5 Minuten.

Alternativ können die Kurven auch mit einer Digitalkamera aufgezeichnet werden. Dabei ist die Kamera möglichst nahe an der optischen Achse zu positionieren, um den Fehler durch Bildverzerrung zu minimieren.

Nach Abschluss der Messungen ist die Temperatur der Lösung in der Küvette zu bestimmen.

5. Auswertung

5.1 Aus den Brechzahlen n_{H2O} und n_{NaCl} von Wasser und NaCl-Lösung sind der Mittelwert n und der Proportionalitätsfaktor λ nach Gl. (9) zu berechnen.

5.2 Zur Auswertung der Messkurven zeichnet man auf dem Millimeterpapier ein YZ-Koordinatensystem entsprechend Abb.1 und ließt in Abständen von 5 mm auf der Y-Achse für alle Kurven (Y, Z)-Wertepaare ab.
Aufnahmen mit der Digitalkamera können alternativ auch mit Hilfe des Applets “Digitizer” in Origin ausgewertet werden. Eventuell müssen die Bilder vorher mit einem Bildbearbeitungsprogramm entzerrt werden (Perspektivenkorrektur).
Aus den Messpunkten (Y, Z) sind entsprechend (15) der Ort x und der Konzentrationsgradient dc/dx folgendermaßen zu berechnen:

$$x = \frac{a}{a+b}Y \,, \qquad \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{bs\lambda}(Z - Y) \,. \tag{16}$$

dc/dx ist für jede Messzeit t als Funktion von x grafisch darzustellen. Durch nichtlineare Regression ist an die Kurven eine Gaußfunktion

$$f(x) = \frac{C}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \mathrm{e}^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} \qquad (17)$$

mit den Parametern C, σ und x_0 anzupassen. Dabei sollten sich entsprechend Gl. (7) für alle Kurven $x_0 \approx 0$ und $C \approx c_0$ ergeben und die Standardabweichung σ entsprechend Gleichung (8) von der Zeit t abhängen.

In einer weiteren Grafik ist σ^2 in Abhängigkeit von t darzustellen und durch lineare Regression die Diffusionskonstante D zu ermitteln.

Vergleichen Sie das Ergebnis mit Literaturwerten und diskutieren Sie Fehlerquellen.

6. Literatur

[1] W. Seifert, M. Stölzer: Die Laplace-Transformation und ihre Anwendung zur Lösung von Differentialgleichungen

[2] in Bergmann/Schäfer Bd. III: Die Strahlenbrechung in der Atmosphäre.

Interferometer O 27

1 Aufgabenstellung

1.1 Ein Michelson-Interferometer ist aus einzelnen optischen Komponenten aufzubauen und zu justieren.

1.2 Der Brechungsindex von Luft und CO_2 ist zu bestimmen.

1.3 Die Magnetostriktion (Längenänderung als Funktion der Magnetfeldstärke) von Eisen und Nickel ist zu untersuchen.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Michelson-Interferometer
Die Interferometer-Anordnung nach Michelson ist durch das Experiment von MICHELSON und MORLEY bekannt, die damit 1887 versuchten, Unterschiede in der Lichtgeschwindigkeit senkrecht und parallel zur Bewegungsrichtung der Erde durch den hypothetischen Äther zu messen - mit dem bekannten Ergebnis.
In der heutigen Messtechnik wird das Michelson-Interferometer eingesetzt, um kleinste Längenänderungen von Materialien oder kleinste Brechzahländerungen in transparenten Medien aufgrund verschiedener physikalischer Effekte zu messen. Weitere Einsatzgebiete sind die Charakterisierung der Planität optischer Oberflächen und die Detektion von Gravitationswellen.
Treffen zwei Wellen gleicher Polarisation und gleicher Frequenz ω mit unterschiedlichen Amplituden a und Phasen φ an einem Ort zusammen, so überlagern sie sich zu

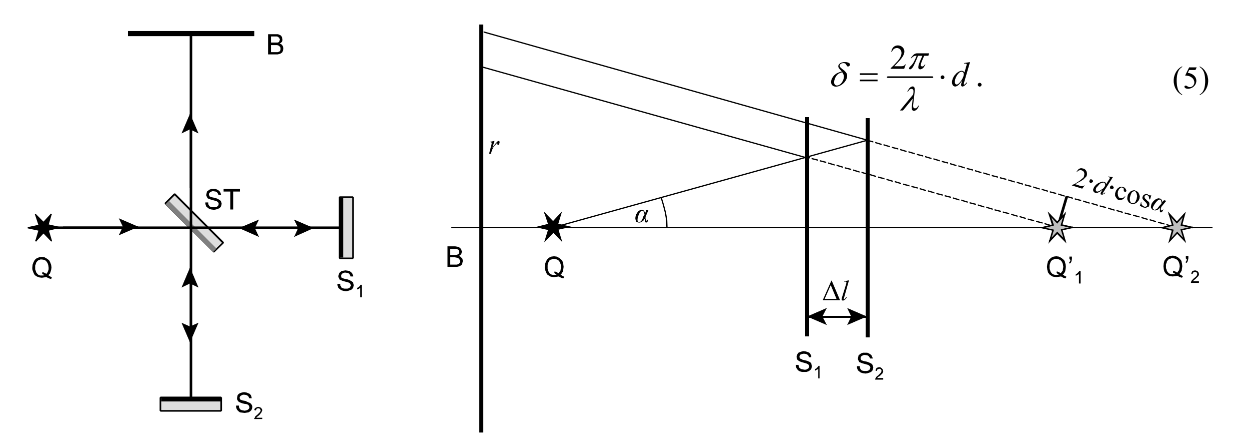
$$y = A_1 \sin\left(\omega t - \varphi_1\right) + A_2 \sin\left(\omega t - \varphi_2\right). \qquad (1)$$

Die resultierende Welle wird beschrieben durch

$$y = A \sin\left(\omega t - \varphi\right)$$
$$A^2 = A_1{}^2 + A_2{}^2 + 2A_1A_2\cos\delta \qquad (2)$$
$$\delta = \varphi_1 - \varphi_2$$

Die messbare Größe der Welle ist nicht die Amplitude, sondern die Intensität $I \sim A^2$. Für $A_1 = A_2 = A_0$ ergibt sich aus (2)

$$I \sim 2A_0{}^2\left(1 + \cos\delta\right) = 4A_0{}^2\cos^2\frac{\delta}{2}. \qquad (3)$$



$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d\,. \tag{5}$$

***Abb. 1:** Michelson-Interferometer. Prinzipieller Aufbau (links) und linearisierte Darstellung (rechts) zur Herleitung des Gangunterschiedes*

Der Aufbau eines Michelson-Interferometers ist in Abb.1 skizziert. Das von der Strahlungsquelle Q kommende Licht am Strahlteiler ST in zwei senkrecht zueinander orientierte Strahlen aufgeteilt. Der Strahlteiler ist eine einseitig zu 50% verspiegelte Glasplatte. Das durch ST nach rechts hindurchtretende Licht wird am Spiegel S_1 reflektiert und trifft nach nochmaliger Reflexion an ST auf den Beobachtungsschirm B. Das an ST nach unten reflektierte Licht wird am Spiegel S_2 reflektiert und trifft nach Durchgang durch ST ebenfalls auf B, wo beide Strahlen miteinander interferieren. Für die Justage muss mindestens einer der beiden Spiegel verschiebbar und einer kippbar sein.

Um die in B entstehenden Interferenzmuster zu verstehen, betrachte man die linearisierte Darstellung des Strahlengangs in Abb.1, bei der lediglich die Richtungsänderung der Teilstrahlen bei Reflexion an ST „weggelassen" wurde. Q'_1 und Q'_2 sind die virtuellen Lichtquellen durch Reflexion von Q an S_1 und S_2. Man beachte, dass im Gegensatz zur Skizze die Wegdifferenz Δl sehr klein ist verglichen mit der gesamten Strahllänge $l = \overline{Q'_1B} \approx \overline{Q'_2B}$. Die interferierenden Teilstrahlen können dann als parallel angesehen werden und der Gangunterschied d ergibt sich zu

und der Phasenunterschied ist

$$d = 2\Delta l \cos\alpha - \frac{\lambda}{2} = 2\Delta l \sqrt{\frac{l^2}{l^2 + r^2}} - \frac{\lambda}{2} \tag{4}$$

Der zusätzliche Gangunterschied von $\lambda/2$ entsteht, weil nur bei Reflexion am optisch dichteren Medium ein Phasenspung von π auftritt.

Der Gangunterschied ist bei exakt parallelen Spiegeln rotationssymmetrisch, man sieht Interferenzringe mit dem Radius r. Die Größe der Interferenzringe hängt vom Unterschied Δl in den Längen der beiden Interferometerarme ab. Wird ein Spiegel aus der parallelen Stellung verkippt, so geht das Ringmuster in ein Streifenmuster über. Ändert sich die Länge eines Interferometerarmes um Δl, so verschiebt sich das Interferenzmuster um

$$z = \frac{2\,\Delta l}{\lambda} \tag{6}$$

Ringe bzw. Streifen.

Nahezu perfekte Interferenzringe setzen voraus, dass hochwertige Spiegel und Strahlteiler verwendet werden, bei denen die Abweichung von der Planität deutlich kleiner als $\lambda/2$ sind.

2.2 Brechungsindex von Gasen

Der Brechungsindex bzw. die Brechzahl n eines Mediums ist definiert als Quotient der Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 zur Lichtgeschwindigkeit (Phasengeschwindigkeit) c im Medium. Eine Lichtwelle regt die Moleküle des Mediums zu Dipolschwingungen an, die wiederum Licht aussenden, das zum elektromagnetischen Feld der eingestrahlten Welle beiträgt (mit diesem interferiert). Stärke und Phasenlage der angeregten

Schwingungen hängen von der Lage der Lichtfrequenz zur Frequenz der Eigenschwingungen (Anregungen) der Moleküle ab. Die Brechzahl hängt daher grundsätzlich von der Moleküldichte N (Anzahl pro Volumen), von der Art der Moleküle (genauer: von ihrer frequenzabhängigen Polarisierbarkeit) und von der Wellenlänge des Lichts ab. Da alle Moleküle Anregungen im UV-Bereich besitzen, nimmt die Brechzahl im Bereich des sichtbaren Lichts mit abnehmender Wellenlänge zu („normale Dispersion”).
Bei nicht zu großen Drücken ($n \approx 1$) und bei konstanter molekularer Polarisierbarkeit ist die Differenz $(n-1)$ proportional zur Teilchendichte:

$$n-1 \sim N = \frac{N_A\,\rho}{M} \tag{7}$$

(N_A : Avogadrokonstante, ρ: Dichte und M: Molmasse des Gases) Für ideale Gase folgt:

$$\frac{n-1}{n_0-1} = \frac{p}{p_0}\frac{T_0}{T}, \tag{8}$$

wobei n_0, p_0 und T_0 die Brechzahl, den Druck und die Temperatur bei Normalbedingungen (273 K; 101,3 kPa) bezeichnen. Für konstante Temperatur ist n eine lineare Funktion des Druckes und für $p = 0$ ist $n = 1$. Damit ergibt sich aus (8):

$$n = 1 + \frac{\Delta n}{\Delta p}\cdot p\,. \tag{9}$$

2.3 Magnetostriktion nennt man die elastische Deformation ferromagnetischer Materialien infolge ihrer Magnetisierung. Die Domänen (Weisssche Bezirke) richten sich im Magnetfeld aus, durch das Verdrehen der Dipole ändert sich die Form bei gleichbleibendem Volumen. Ein homogenes Magnetfeld erzeugt eine Längenänderung in Feldrichtung. Ein Draht wird durch ein zirkulares Magnetfeld, welches ein starker Strom durch den Draht erzeugt, tordiert. Die relativen Längenänderungen sind von der Größenordnung 10^{-6} in Eisen bis 10^{-3} in hochmagnetostriktiven Materialien.
Der magnetostriktive Effekt verursacht das „Netzbrummen” in Transformatoren. Er wird (neben dem piezoelektrischen Effekt) zur Erzeugung von Ultraschall eingesetzt und spielt eine Rolle in verschiedenen industriellen Sensoren sowie in Warensicherungsetiketten.

3 Versuchsaufbau

3.0 Geräte (siehe Abb.2)
- Optische Grundplatte 590 × 430 mm
- HeNe-Laser 0,2/1 mW mit/ohne Strahlabschwächer, $\lambda = 632{,}8$ nm, Laserklasse 2
- Linse +20 mm in x-y-Justierhalterung
- 4 Oberflächenspiegel (1/8 λ) in Justierhalterung
- Strahlteiler 50/50 (1/10 λ, vergütet) in Halterung, Neigung justierbar
- Küvette d = 40 mm ± 0,1 mm in Halterung
- Beobachtungsschirm
- Membranpumpe, Enddruck 5 mbar
- Ventilblock mit 2 Nadelventilen (Vakuum, Gaseinlass) und Druckmesser 0...1,6 bar
- Luftballon zum Transport von CO_2
- Magnetspule mit Halterung für optische Grundplatte, 1200 Windungen, 4,2 Ω
- Probestäbe aus Fe und Ni für die Messung der Magnetostriktion
- Stromversorgungsgerät 30 V 5 A, Amperemeter, Kabel

Blicken Sie nicht direkt in den Laserstrahl! Schalten Sie den Laser aus, wenn er nicht benötigt wird.
Die Oberflächen der Spiegel und Strahlteiler dürfen nicht berührt werden. Sprechen oder blasen Sie nicht gegen diese Oberflächen!

3.1 Abb. 2 zeigt den Aufbau der Michelson-Interferometers auf der optischen Grundplatte. Die einzelnen Komponenten werden durch Magnetfüße gehalten und sind beliebig positionierbar. Ein 5cm-Raster auf der Grundplatte erleichtert die Anordnung. Der Spiegel S3 befindet sich am Ende eines Probestabes aus Nickel oder Eisen, der durch die Magnetspule verläuft. Diese Anordnung wird in Aufgabe 3 zur Untersuchung der Magneto-

striktion des Probestabes benutzt.

3.2 Zur Messung der Brech zahl von Gasen durchläuft einer der beiden Teilstrahlen des Interferometers axial eine evakuierbare Küvette der Länge s. Die optische Weglänge durch die Küvette ist dann $n(p)\cdot s$. Ändert sich der Druck in der Küvette um Δp, so ändert sich der Gangunterschied d zwischen den Teilstrahlen des Interferometers um einen kleinen Wert $\Delta d = 2\cdot s \cdot\Delta n$. Dies äußert sich in einer Verschiebung des Interferenzmusters um $z = \Delta d/\lambda$ Streifen. Somit ist

$$\Delta d = z \cdot \lambda = 2 \cdot s \cdot \Delta n \,. \quad (10)$$

***Abb. 2:** Versuchsaufbau*

3.3 Die Spule zur Erzeugung des Magnetfeldes hat folgende Abessungen:
innerer Durchmesser $d_i = 16$ mm
äußerer Durchmesser $d_a = 49$ mm
Länge $l = 55$ mm
Windungszahl $N = 1200$
Die Magnetfeldstärke im Zentrum einer Zylinderspule ist

$$H = \frac{N \cdot I}{\sqrt{d^2 + l^2}} \,. \quad (11)$$

Man kann näherungsweise davon ausgehen, dass der gesamte ferromagnetische Stab vom Feld dieser Stärke durchsetzt ist.

4 Versuchsdurchführung

4.1 Als Hilfsmittel zum Aufbau der Interferometers nach Abb.2 eignet sich sehr gut ein rechtwinkliges Zeichendreieck, mit dem der senkrechte Abstand zwischen Laserstrahl und Grundplatte gemessen werden kann.
Entfernen Sie zu Beginn alle Komponenten außer dem Laser und dem Spiegel S1 aus dem Strahlengang. Richten Sie den Strahl auf die Mitte von S1. Benutzen Sie die Feinjustierung von S1, um den Strahl exakt parallel zur Linie 1 der Grundplatte auszurichten. Danach platzieren Sie schrittweise S2, S3, ST und S4, wobei nach jedem Schritt der Laserstrahl so exakt wie möglich parallel zu einer Linie auf der Grundplatte ausgerichtet wird.
Die Abstände zwischen dem Strahlteiler und den Spiegeln S3 und S4 sollen etwa gleich sein. Wenn Sie sorgfältig gearbeitet haben, trifft ein Teil der von S3 und S4 reflektierten Strahlen wieder auf die Lichtaustrittsöffnung des Lasers, der andere Teil überlagert sich auf dem Schirm, wobei man aber die Interferenz jetzt noch kaum sieht.
Nun wird die Linse L so in den Strahlengang gebracht, dass der Strahlteiler vollständig und etwa gleichmäßig ausgeleuchtet wird. Auf dem Schirm sollten jetzt konzentrische Interferenzringe zu sehen sein, deren Zentrum wahrscheinlich noch außerhalb des ausgeleuchteten Bereiches liegt. Durch äußerst vorsichtiges Justieren der Neigung von S4 bringt man das Zentrum etwa in die Mitte.

4.2 Stellen Sie die Küvette in den Strahlengang und korrigieren Sie die Einstellung von S4, so dass das Zentrum der Ringe wieder zu sehen ist. Vakuumpumpe und Ventilblock stehen zur Vermeidung von Vibrationen auf

einem anderem Tisch und werden über einen flexiblen Siliconschlauch an die Küvette angeschlossen. Der zweite Schlauch an der Küvette wird mit einer Schlauchklemme verschlossen. **Die Ventile schließen ohne großen Kraftaufwand dicht - bitte nicht sehr fest zudrehen!**
Die Messung der Brechzahl von Luft und CO_2 soll auf zwei verschiedene Weisen erfolgen. Für die CO_2-Messung ist der Luftballon am Belüftungsventil anzuschließen. Beim Wechsel des Gases müssen Schlauch und Küvette ausreichend gespült werden (2...3 mal evakuieren und füllen).

Messung 1: Küvette füllen und Anfangsdruck ablesen. Küvette langsam bis zum Enddruck evakuieren und dabei die von außen nach innen laufenden Interferenzringe zählen. Vakuumventil schließen, Belüftungsventil vorsichtig öffnen und die nach außen laufenden Ringe zählen, während das Gas langsam in die Küvette strömt. Diese Messung ist mindestens dreimal durchzuführen.

Messung 2: Die Küvette langsam schrittweise evakuieren, so dass sich das Interferenzmuster um genau 3, 6, 9, ... Ringe verschiebt. Nach jedem Schritt Vakuumventil schließen und den zugehörigen Druck ablesen.

Der Luftdruck (an einem der Barometer im Praktikum ablesen) und die Raumtemperatur sind zu protokollieren.

4.3 Schließen Sie Spule und Amperemeter an das Stromversorgungsgerät an.

Die Magnetspule darf maximal 1 min bei 5 A betrieben werden. Achten Sie darauf, dass sie sich nicht zu stark erwärmt!

Zum Wechsel der Probestäbe lösen Sie die Klemmschraube und schrauben Sie den Stab vorsichtig vom Spiegel ab, **ohne dessen Oberfläche zu berühren!** Messen Sie nach dem Einbau die Länge des Stabes von der Klemmschraube bis zum Spiegel.
Um die Verschiebung des Interferenzmusters um 1/2 oder sogar 1/4 Ringabstand noch messen bzw. schätzen zu können, beobachtet man besser nicht das Ringzentrum, sondern eine Stelle auf dem Umfang des 3. oder 4. Ringes.
Messen Sie für beide Probestäbe die Verschiebung des Interferenzmusters um z Ringe als Funktion des Spulenstromes I zwischen 0 und 5 A. Eventuell muss die Messung mehrfach wiederholt werden.

5 Auswertung

5.2 Messung 1: Aus der Anzahl der Interferenzringe z ist Δn nach Gleichung (10) zu berechnen. Nach (9) ist dann $n = 1 + \Delta n$.

Messung 2: Der Druck p wird in Abhängigkeit von der Anzahl der gezählten Interferenzringe z grafisch dargestellt und der Anstieg der Kurve durch lineare Regression ermittelt. Dividiert man Gleichung (10) durch Δp, so erhält man

$$\frac{\Delta n}{\Delta p} = \frac{\lambda}{2s}\frac{\Delta z}{\Delta p}. \qquad (12)$$

Die Brechzahl n ist mittels (9) und (12) zu berechnen.
Berechnen Sie n_0 bei Normalbedingungen vergleichen Sie die Ergebnisse im Rahmen der Fehlerbetrachtung mit Literaturwerten!

5.3 Berechnen Sie aus dem gemessenen Strom nach (11) die Magnetfeldstärke H und aus der Verschiebung des Interferenzmusters nach (6) die Längenänderung Δl des Stabes. Stellen Sie die relative Längenänderung $\Delta l/l$ als Funktion der Magnetfeldstärke grafisch dar.

6 Literatur

Eugene Hecht: Optik. Oldenbourgverlag München, 2009

Wolfgang Schenk, Friedrich Kremer: Physikalisches Praktikum. Vieweg+Teubner 2011

Kurzanleitung zum Oszilloskop

Das Oszilloskop ist ein außerordentlich vielseitiges und universell anwendbares Messgerät. Die Möglichkeit der Darstellung und Messung des zeitlichen Verlaufs elektrischer Signale macht das Oszilloskop zu einem der wichtigsten Messinstrumente für Physiker und Elektroniker. Man unterscheidet zwischen dem klassischen, analogen Oszilloskop, welches auf der Brownschen Röhre (Kathodenstrahlröhre, CRT) basiert, und dem digitalen oder Speicheroszilloskop. Das im Praktikum eingesetzte Analog-/Digital-Oszilloskop HM507 vereint beide Gerätetypen.

Grundprinzip des analogen Oszilloskops

In der Kathodenstrahlröhre (Abb.1) werden von einer Glühkathode Elektronen emittiert und in dem elektrischen Feld zwischen Kathode und Anode beschleunigt. Mit Hilfe des gegen die Kathode negativen Wehneltzylinders kann die Intensität des Elektronenstrahls gesteuert werden (Helligkeitsregler INT.). Weitere Elektroden dienen zur Fokussierung des Strahls (Schärferegler FOC.). Die Elektronen fliegen durch die Anode hindurch, passieren das dahinter befindliche Ablenksystem und treffen auf den Schirm, wo sie eine fluoreszierende Schicht zum Leuchten anregen. Das Ablenksystem besteht aus einem horizontalen und einem vertikalen Plattenpaar (X und Y). Beim Anlegen einer Spannung entsteht zwischen den Platten ein elektrisches Feld, das den Elektronenstrahl aus seiner Bahn ablenkt. Der Ablenkwinkel ist proportional zur angelegten Spannung.

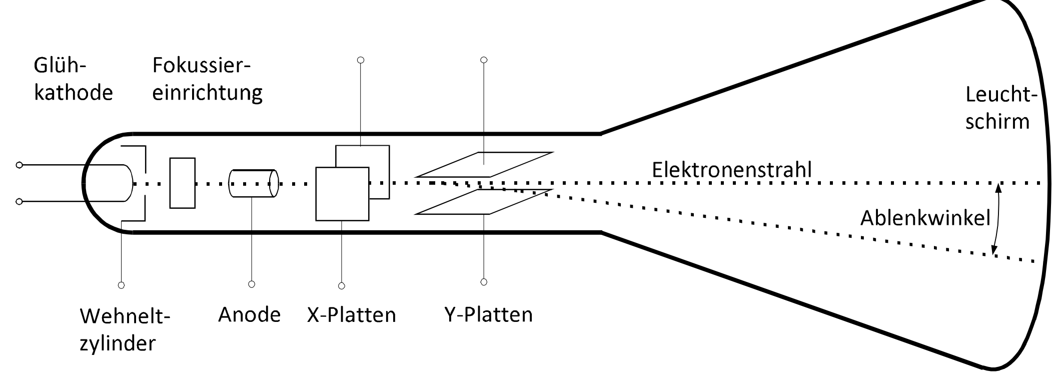


Abb.1: *Aufbau einer Kathodenstrahlröhre*

Um Spannungsmessungen über weite Spannungsbereiche (mV, V) durchführen zu können, wird jedes Plattenpaar durch regelbare Messverstärker angesteuert, so dass die Ablenkempfindlichkeit definiert eingestellt werden kann.

Zur Darstellung von zeitlichen Abläufen $U(t)$ wird an die X-Platten eine sogenannte Sägezahnspannung (engl. sweep voltage, Abb.2) angelegt, die während einer bestimmten Zeit t (Anstiegszeit) linear anwächst und so den Strahl in x-Richtung mit konstanter Geschwindigkeit über den Bildschirm führt. Anschließend fällt die Spannung auf Null und der Strahl kehrt in die Ausgangsposition zurück. An den Y-Platten liegt das Messsignal $U(t)$. Während der Anstiegszeit zeichnet der Elektronenstrahl das Bild der Funktion $U(t)$ auf den Schirm. Dieses Bild wird mit jeder Periode der Sägezahnspannung neu gezeichnet. Die Anstiegszeit lässt sich in weiten Bereichen (ns ... s) regeln, um

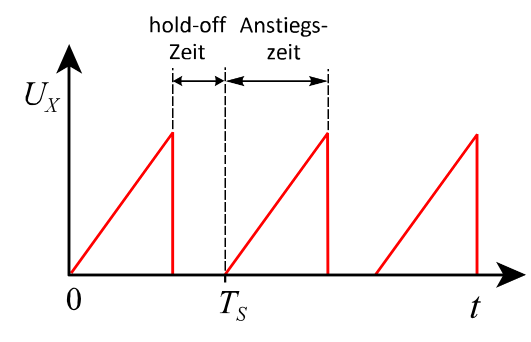


Abb.2: *Sägezahnspannung für Horizontalablenkung, Periodendauer T_S*

verschieden schnelle Signale darstellen zu können.
Um stehende Bilder von periodisch ablaufenden Signalen zu erhalten, muss die Frequenz der Sägezahnspannung in einem ganzzahligen Verhältnis zur Signalfrequenz stehen. Für diese Synchronisation ist der Trigger verantwortlich. Er startet einen Sägezahnimpuls immer dann, wenn die Signalspannung eine bestimmte Größe erreicht hat.

Standard-Oszilloskope besitzen zwei identische Y-Kanäle (Y1/Y2 oder CH I/CH II von engl. Channel), d.h. sie können zwei Signale gleichzeitig im selben Zeitmaßstab darstellen. Die Kanäle können einzeln oder beide (DUAL) als Funktion der Zeit, oder Kanal 1 als Funktion von Kanal 2 (XY-Mode) betrachtet werden.
Hat man ein unbekanntes Oszilloskop vor sich, so kann man in der Regel vier Gruppen von Bedienelementen für Y1, Y2, Zeitmaßstab und Trigger unterscheiden. Die Y-Verstärkung (VOLTS/DIV) für jeden Kanal und der Zeitmaßstab (TIME/DIV) können sowohl in kalibrierten Stufen (CAL, zum Messen von Spannungen und Zeiten) als auch stufenlos (VAR) verstellt werden. DIV steht für eine Rastereinheit auf dem Bildschirm (division, engl. für Skalenteil).
An den Y-Eingängen gibt es Schalter für die Eingangskopplung (AC/DC/GND). In Stellung AC ist der Eingang über einen Kondensator mit den Verstärker verbunden, es wird nur Wechselspannung gemessen. In Stellung DC ist der Eingang direkt mit dem Verstärker verbunden, es wird Gleich- und Wechselspannung gemessen. Bei GND ist der Eingang vom Verstärker getrennt, es wird Null gemessen.
Für den Trigger kann man die Signalquelle (CHI, CHII, extern), die Triggerspannung (LEVEL), die Signalflanke (/, \) und verschiedene Modi zur Triggerung komplexer Signale einstellen.

Das Digitaloszilloskop
Ein digitales Speicheroszilloskop ahmt Funktionsweise und Bedienung des analogen Oszilloskops mit Hilfe digitaler Technik nach. Es besteht aus einer digitalen Messeinrichtung zum sehr schnellen (10^5...10^{10} Messungen pro Sekunde) Abtasten und Speichern von Spannungssignalen und Software zur Verarbeitung und Anzeige. Es gibt Stand-Allone-Geräte und solche für den Anschluss an einen Computer. Die Abtastrate wird meist in der Einheit S (engl.: Sample) angezeigt, z.B. 2 MS (Mega Sample) für $2 \cdot 10^6\ s^{-1}$.

Bedienung des Oszilloskops HM507
Abb.3 zeigt die Frontseite des Oszilloskops. Wegen der Funktionsfülle sind die meisten Tasten mehrfach belegt. Ein langer Strich bedeutet: Taste lange drücken. Zwei kurze Striche bedeuten: 2 Tasten gleichzeitig drücken. Ein heller Piepton zeigt an, dass die Taste im aktuellen Modus keine Funktion hat oder dass bei einem Regler das Ende des Einstellbereichs erreicht ist. Folgende Besonderheiten und Möglichkeiten sollte man bei der Arbeit mit dem HM507 im Praktikum kennen:

Alle wichtigen Einstellungen werden auf dem Monitor angezeigt:
- obere Zeile: Zeitablenkkoeffizient, Triggerquelle, Triggermode, Messwert
- untere Zeile: Y1- und Y2-Ablenkkoeffizient und Eingangskopplung, Betriebsart.
- Markierungen der Triggerschwelle (linker Bildrand) und bei Y=0 (Bildmitte)

Grundeinstellung, AUTOSET:
Zur Grundeinstellung des Oszilloskops, bzw. um überhaupt erst einmal ein Signal zu sehen, muss man nur Kanal und Eingangskopplung wählen und dann die Taste AUTOSET betätigen. Bei Bedarf kann Bildhelligkeit und Schärfe mit dem Regler INT/FOC eingestellt werden.
Achtung! AC/DC/GND lang drücken (de)aktiviert die Multiplikation ×10 für Messungen mit einem Tastkopf 1:10. Im Praktikum wird kein Tastkopf verwendet, das Tastkopfsymbol vor Y1 bzw. Y2 darf <u>nicht</u> angezeigt werden!

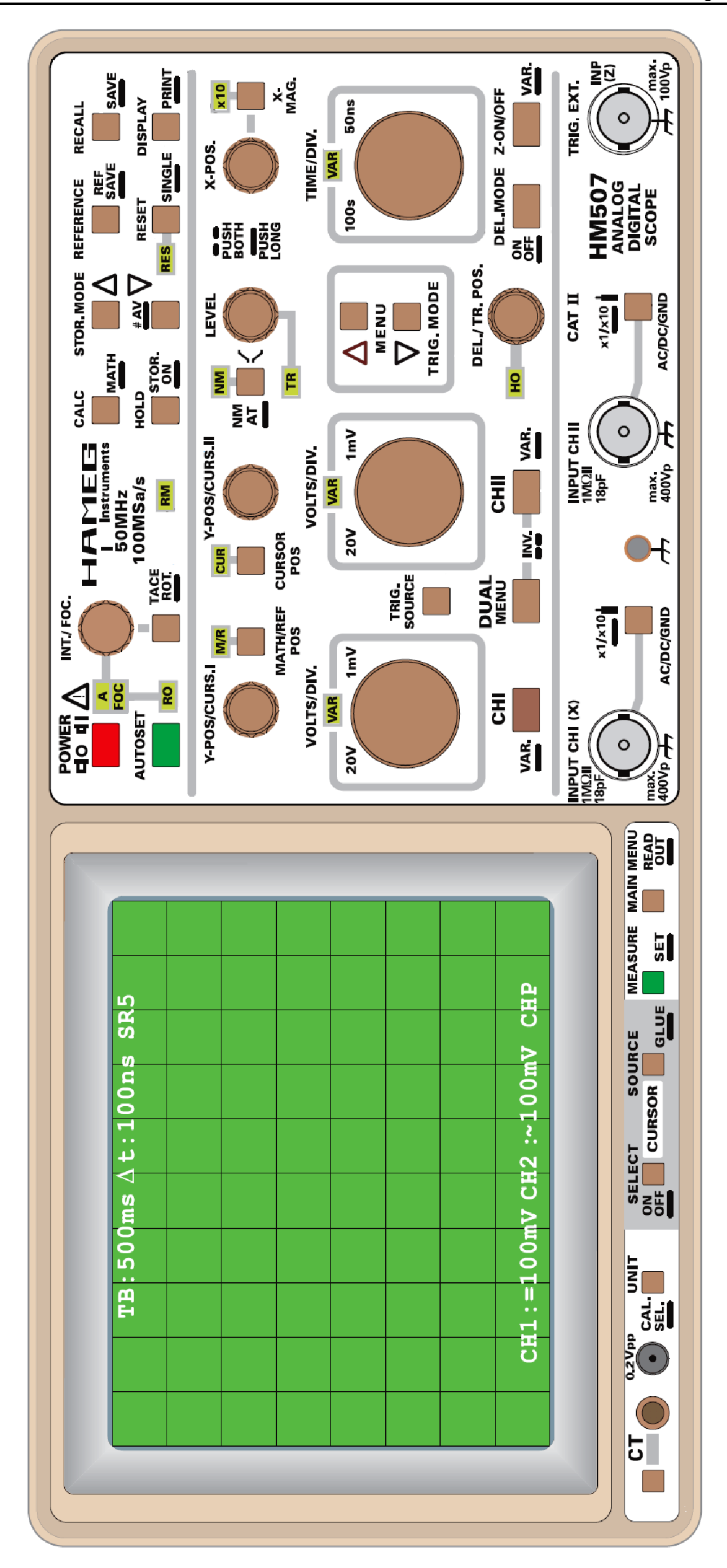


Abb.3: Frontansicht des Oszilloskops HM507

Benutzung verschiedener Triggermodi:
Standard ist die von AUTOSET aktivierte automatische Triggerung AT, bei der auch ohne Signalflanken (z.B. bei einer Gleichspannung) ein Bild angezeigt wird. Die Automatik verhindert auch, dass das Triggerlevel auf einen Wert eingestellt werden kann, der das Triggern unmöglich macht. Die Normaltriggerung NM (ohne diese Automatik) ist im Praktikum nicht sinnvoll. Wenn das Bild zittert, helfen unter Umständen die Triggermodi LF oder HF (triggern auf niedrige bzw. hohe Frequenzen). Der normale Modus ist AC, bei DC ist die Triggerquelle galvanisch an den Triggereingang gekoppelt, die Modi TvL und TvF sind für Fernsehsignale, ~ triggert auf die Netzfrequenz. Doppelbilder können eventuell durch Vergrößerung der hold-off-Zeit mit dem Regler DEL./TR.POS. (nur im Analogbetrieb) beseitigt werden.

Digitalbetrieb:
Der Digitalmodus wird mit der Taste STOR.ON ein- bzw. ausgeschaltet. Im Digitalbetrieb wird unter dem Zeitablenkkoeffizienten zusätzlich die Samplingrate angezeigt. Es werden 2048 Messpunkte gespeichert; mit der Taste X.MAG. kann das Bild 10-fach gedehnt werden, um Einzelheiten zu erkennen. Der Digitalmodus sollte bei langsamen Signalen eingesetzt werden, um Bildflimmern zu vermeiden. Nur im Digitalmodus besteht die Möglichkeit des Pre- bzw. Posttriggerns (das Triggerereignis liegt nicht am Anfang der dargestellten Signalkurve, sondern früher oder später). Die Triggerposition wird mit dem Regler DEL/TR.POS eingestellt.
Die Einzelereigniserfassung (aktivieren mit SINGLE, starten mit RESET) ist nur im Digitalmodus sinnvoll anwendbar (z.B. bei Versuch M22).

Messung von Spannung, Zeit und Frequenz mit und ohne Cursor:
Unter dem Monitor befinden sich Tasten zur Bedienung des Cursors und die Taste MEASURE. Ohne Cursor wird damit das Menü AUTO MEASURE aufgerufen, mit dem verschiedene Spannungen, die Frequenz und die Periodendauer von einfachen periodischen Signalen gemessen werden können. Die Messwerte werden auf dem Monitor angezeigt. Bei komplexen oder verrauschten Signalen funktioniert das eventuell nicht richtig, dann empfiehlt sich die Verwendung des Cursors.
Ist der Cursor eingeschaltet, so ruft die Taste MEASURE das Menü CURSOR MEASURE auf, in dem man die Messgröße für die cursorunterstützte Messung auswählen kann. Die beiden Cursors sind auf dem Monitor mit I und II bezeichnet und werden mit den Reglern Y-POS/CURS.I und Y-POS/CURS.II (erst nach drücken der Taste CURSOR POS) bedient.

Hinweise zur Bedienung des computergesteuerten Messwerterfassungssystems CASSY

Allgemeines

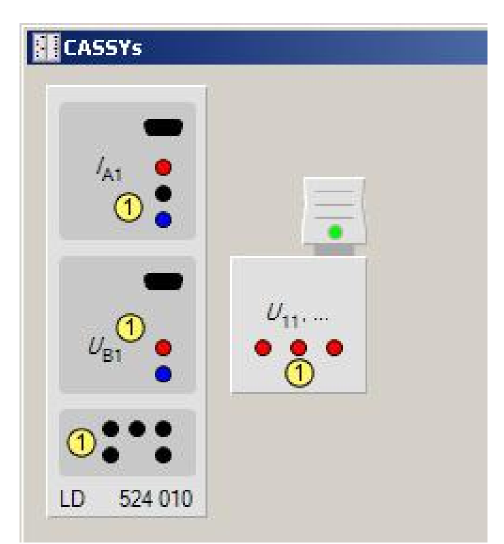
Cassy-S, ein für die Lehre in Schulen und Universitäten konzipiertes universelles Messwert-Erfassungssystem, besteht aus verschiedenen Geräten mit serieller oder USB-Schnittstelle sowie der Windows-Software CASSY Lab 2. Im Praktikum kommen zum Einsatz:

- Sensor-Cassy ist ein zweikanaliges Messgerät für Strom und Spannung mit einer Auflösung von 12 bit (1:4096) und einer maximalen Messrate von 100 kHz (10^5 Messwerte pro Sekunde). Mit Hilfe von Zubehör (aufzusteckende „Sensorboxen“ und verschiedene Sensoren) können damit fast alle denkbaren physikalischen Größen gemessen werden.
- Pocket-Cassy (nur mit Computer verwendbar) und Mobile-Cassy (ohne Computer einsetzbar) besitzen die gleiche Funktionalität, jedoch nur einen Messkanal, messen nur 10^4 bzw. 5 Werte pro Sekunde und benötigen kein Netzteil (Stromversorgung über USB).
- Power-Cassy ist ein Leistungs-Funktionsgenerator, also eine computersteuerbare Strom- oder Spannungsquelle, die bei einer Abtastrate von 100 kHz maximal 10V / 1A liefert.
- Cassy-Display ist ein großformatiges Anzeigegerät. Es zeigt in Verbindung mit Sensor-Cassy (ohne Computer) gleichzeitig zwei Messwerte mit Einheit an.

Die Software CASSY Lab 2 steuert die Messung, stellt die Messergebnisse grafisch dar und bietet viele Möglichkeiten zur mathematischen Auswertung. Die Bedienung ist relativ einfach und erfordert nur wenige Grundkenntnisse. Die Software ist beim Hersteller unter http://www.ld-didactic.de frei verfügbar und kann daher auch zuhause zur Auswertung vom Messungen aus dem Praktikum verwendet werden.

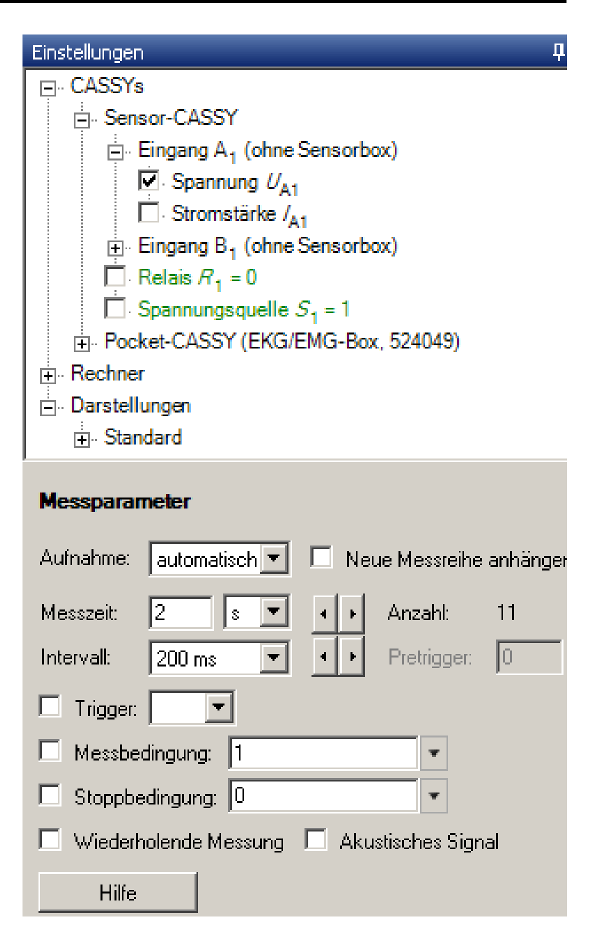
Quick Start: Einschalten und Konfigurieren des Systems

Stellen Sie sicher, dass alle benötigten Cassy-Module zusammengesteckt, mit dem PC verbunden und mit Strom versorgt sind. Starten Sie nun das Programm “CASSY Lab 2". Das Fenster **CASSYs** wird präsentiert und zeigt die vorgefundene Gerätekonfiguration.



Um eine Messung durchzuführen, muss der entsprechende Eingang oder Ausgang ① angeklickt werden. Es erscheint das Fenster **Einstellungen** (siehe nächste Seite). Im oberen Teil dieses Fensters bietet eine Baumstruktur Zugriff auf alle Bereiche der Software: Unter **CASSYs** sind alle Einstellungen zu den verwendeten Messgeräten zu finden, unter **Rechner** können aus den Messgrößen neue physikalische Größen berechnet werden, unter **Darstellungen** können die Messwerttabellen und Diagramme angepasst werden sowie neue Diagramme angelegt werden.
Im unteren Teil des Fensters stehen die Einstellungen des in der Baumstruktur markierten Knotens (hier wird z.B. der Messbereich einer Messgröße eingestellt) und die **Messparameter**.

Vor Aufnahme einer Messreihe sollte man hier den richtigen Messbereich einstellen und sinnvolle Messparameter auswählen:
Aufnahme: automatisch bedeutet, dass der Computer mehrere Messpunkte nacheinander aufzeichnet. ✓ **Neue Messreihe anhängen** bewirkt, dass in einer Grafik mehrere Messreihen (Messkurven) dargestellt werden können. Die wichtigste Größe, die hier auf einen sinnvollen Wert eingestellt werden muss, ist das Mess-**Intervall**. Bei 10 µs entstehen pro Sekunde 100.000 Messwerte! Aus **Intervall** und **Messzeit** ergibt sich die Anzahl der Einzelmessungen. Wenn bei **Messzeit** kein Wert eingetragen ist, wird die Messreihe so lange fortgesetzt, bis sie manuell gestoppt wird.
Die Aufnahme einer Messreihe kann nun mit **F9** oder durch Klick auf den ⏱ Start/Stopp-Button begonnen werden.



Grundlegende Bedienelemente

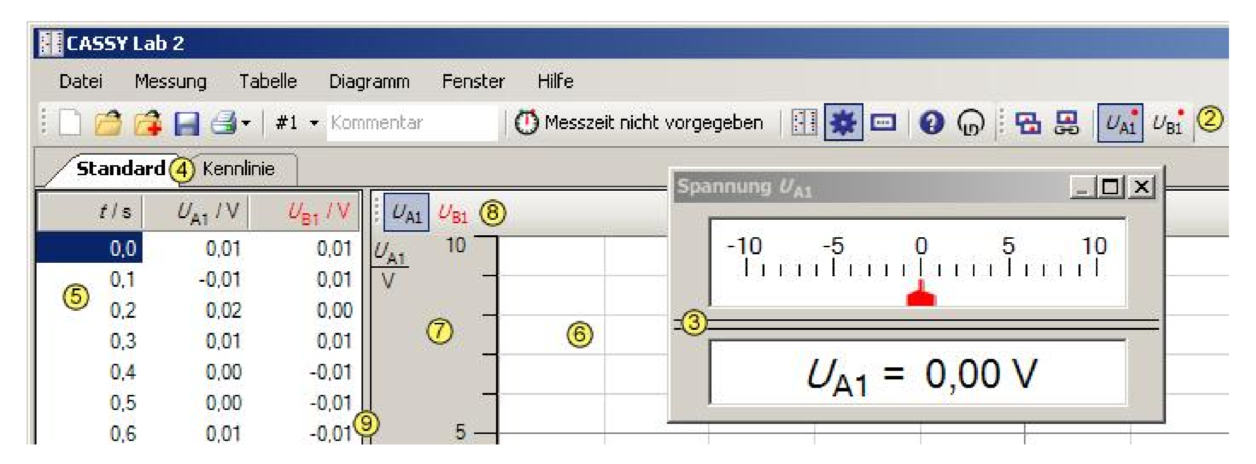
② Buttonleiste mit Buttons für die Anzeigeinstrumente aller gemessenen und berechneten Größen

③ Anzeigeinstrument. Rechts-Klick: Messgröße und Messbereich einstellen

④ Umschalten zwischen mehreren Darstellungen. Durch Ziehen mit der Maus freie Anordnung auf dem Bildschirm.

⑤ Messwerte-Tabelle kann editiert werden. Rechts-Klick: Messwerte und Messreihen löschen

⑥ Im Diagramm werden Punkte und Kurvenbereiche mit der Maus markiert. Rechts-Klick: Diagramm-Menü



⑦ Skala der Diagrammachsen mit Maus verschieben, mit Rechts-Klick ändern

⑧ Umschalten zwischen verschiedenen y-Achsen

⑨ Trennlinie verschieben

	F4	Neue Messung (aktuelle Messung löschen)
	F3	Gespeicherte Messung (mit allen Einstellungen und Auswertungen) laden
	F2	Aktuelle Messung (mit allen Einstellungen und Auswertungen) speichern
		Diagramm oder Tabelle ausdrucken
	F9	Eine Messreihe starten oder beenden (Einzelmessung bei manueller Aufnahme)
	F5	Cassy-Module anzeigen (wie bei Programmstart)
	F5	(2× drücken) **Einstellungen** bzw. Messparameter anzeigen
	F6	Inhalt der Statuszeile (z. B. das Ergebnis einer Rechnung) groß darstellen
	F7	Alle Anzeigeinstrumente ein/aus schalten
U_{A1}		Das Anzeigeinstrument **UA1** ein/aus schalten, Rechts-Klick: Einstellungen

Tipps und Tricks zu CASSY Lab 2

- Die Messparameter lassen sich am schnellsten durch Rechts-Klick auf den Start/Stopp-Button anzeigen, die Einstellung des Messbereiches durch Rechts-Klick auf das entsprechende Messinstrument
- Mit **Alt+T** fügen Sie Text in das Diagramm ein, dabei ist immer das Ergebnis der letzten Auswertung voreingestellt. Machen Sie viel von dieser Möglichkeit Gebrauch!
- Skalierung der Achsen: Rechts-Klick auf eine Achse.
- Die Zoom-Funktion wird mit **Alt+Z** aufgerufen, **Alt+A** zeigt wieder alles an.
- Unter **Einstellungen - Rechner - Formel** kann eine neue physikalische Größe erzeugt werden, die aus Messgrößen berechnet oder manuell in die Wertetabelle eingetragen werden kann. Auf diese Weise kann z. B. aus Strom $I(t)$ und Spannung $U(t)$ der Widerstand $R(t)$ als Funktion der Zeit berechnet werden.
- Weitere Diagramme zur Darstellung gemessener und berechneter Größen werden unter **Einstellungen - Darstellungen** angelegt. Beispiel: Erzeugen Sie eine neue Darstellung mit dem Namen “Kennlinie”, dem gemessenen Strom auf der x-Achse und dem berechneten Widerstand auf der y-Achse
- Die Auswertefunktionen (z. B. Mittelwertbildung, Regressionsanalyse, Integration) sind ausführlich in der Hilfe zum Programm dokumentiert. Jede mathematische Auswertung bezieht sich immer auf einen Kurvenbereich, der mit der Maus markiert werden muss.
- Das Programm ist frei verfügbar (s.o.), Sie können Ihre Messergebnisse aus dem Praktikum (*.labx Dateien) auch am eigenen PC zuhause oder im Computerpool auswerten. Messwerte können als *.txt Dateien exportiert werden (Datei speichern und Dateityp Textexport auswählen) und mit anderen Programmen (Origin, Excel, ...) importiert werden.

Einige Naturkonstanten

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	=	$2{,}997\,924\,58 \cdot 10^{8}$ m/s
		≈	300 000 km/s
Gravitationskonstante	γ	=	$6{,}673\,9 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}
Elementarladung	e_0	=	$1{,}602\,177\,33 \cdot 10^{-19}$ C
Elektronenruhemasse	m_e	=	$9{,}109\,389\,7 \cdot 10^{-31}$ kg
Atomare Masseneinheit	u	=	$1{,}660\,277 \cdot 10^{-27}$ kg
elektrische Feldkonstante (Dielektrizitätskonstante des Vakuums)	ε_0	=	$8{,}854\,187\,817 \cdot 10^{-12}$ A s V^{-1} m^{-1}
magnetische Feldkonstante (Permeabilität des Vakuums)	μ_0	=	$1{,}256\,637\,1 \cdot 10^{-6}$ V s A^{-1} m^{-1}
Planck-Konstante (Planckschen Wirkungsquantum)	h	=	$6{,}626\,075\,5 \cdot 10^{-34}$ J s
		=	$4{,}135\,7 \cdot 10^{-15}$ eV s
Avogadro-Konstante	N_A	=	$6{,}022\,136\,7 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
Boltzmann-Konstante	k	=	$1{,}380\,658 \cdot 10^{-23}$ J/K
Gaskonstante	R	=	8,314 510 J mol^{-1} K^{-1}
Faraday-Konstante	F	=	$9{,}648\,4 \cdot 10^{4}$ As/mol